Réalisation d'un chauffe eau solaire

En vue de réaliser un chauffe eau solaire, on conçoit un capteur de la manière suivante: un caisson en forme de parallélépipède est parfaitement calorifugé sur ses faces inférieure et latérales. La face supérieure est fermée par une vitre: son rôle sera de laisser passer le rayonnement solaire et d'arrêter le rayonnement infra rouge venant de l'intérieur du caisson.
A l'intérieur de ce caisson, on place un récipient en forme de parallélépipède limité par les parois rectangulaires de dimensions a et b, appartenant aux plans y = 0 et y = e.
La paroi inférieure et les parois latérales du réservoir sont à la température de l'eau, seule la paroi supérieure, qui absorbe le rayonnement solaire et qu'on appelle absorbeur échange de la chaleur avec l'eau.***Voir figure 1***

Première partie:

Le réservoir est entièrement rempli par de l'eau.
L'air entre la vitre et l'absorbeur est à la température T_e.
L'absorbeur est à la température T_a.
L'eau est à la température T.
Ces trois températures sont uniformes, il n'y a donc pas d'échanges par conduction, en particulier dans l'eau. De plus, la température T_e est supposée homogène.
L'eau a une masse volumique μ et une capacité calorifique massique C. l'absorbeur a une capacité calorifique que l'on négligera.
L'absorbeur reçoit une puissance calorifique P_s par unité de surface, et il fournit la puissance surfacique:

$$h_0(T_a - T_e) \text{ à la couche d'air}$$

$$h(T_a - T) \text{ à la couche d'eau.}$$

L'eau est introduite dans le réservoir à la température T_e.
1)- Ecrire le bilan thermique de l'absorbeur. En déduire une relation entre P_s, h, h_0, T_a, T_e et T (équation 1).
2)- Ecrire le bilan thermique de l'eau. En déduire une équation différentielle en T, faisant intervenir T_a (équation 2).
3)- En déduire une équation différentielle du premier ordre en T.
4)- Déterminer l'expression de la température limite T_ℓ atteinte en fonction de T_e, , h_0 et P_s.
5)- Déterminer l'expression de la température de l'eau en fonction du temps, en fonction de μ, h_0, h, C, e, T_e et T_ℓ. Simplifier l'expression dans le cas où h est grand devant h_0.
6)- On donne les valeurs numériques suivantes:

$\mu = 10^3$ kg.m^{-3}; C = 4,18.10^3 J.kg^{-1}.K^{-1}; a = 2 m; b = 1 m;
P_s = 650 W.m^{-2} ; h_0 = 4 W.m^{-2}.K^{-1}; T_e = 298 K;
$h = h_0.10^2$; e = 1 cm.

a)- Déterminer la valeur numérique de T_ℓ .
b)- Déterminer le temps t_1 nécessaire pour que l'eau atteigne la température T_1 = 345°K

7)- Chaque fois que cette température est atteinte, le récipient est vidangé rapidement, puis à nouveau rempli avec de l'eau à la température T_e. Quel est, en moyenne, le volume d'eau chaude D_1 que l'on peut ainsi obtenir par heure?
8)- En fait, l'eau ainsi chauffée n'est pas utilisée directement comme eau sanitaire: elle appartient à un circuit fermé appelé circuit primaire, et chauffe dans un échangeur l'eau

sanitaire. En vous appuyant sur les résultats numériques précédents, expliquez pourquoi ce dispositif est indispensable.***Voir figure 3***

Deuxième partie:

Dans un modèle plus réaliste et proche de la réalité, on envisage maintenant une circulation d'eau en continu dans le réservoir:

En x = 0, $z = \frac{a}{2}$, on fait arriver de l'eau à la température T_e, qui ressort en x = b, $z = \frac{a}{2}$.***Voir figure 2***

Le débit volumique de circulation de l'eau est D, et on considérera qu'en tout point du réservoir, l'eau s'écoule avec la vitesse uniforme $\vec{v} = v_0 \cdot \overrightarrow{u_x}$

La paroi inférieure du radiateur est considérée en équilibre thermique avec l'eau qui circule à l'intérieur, soit T(x).

L'air qui se trouve entre la vitre et l'absorbeur est à la température T_e ; on considérera que cette température est uniforme.

On se place en régime permanent: les températures T_a de la plaque supérieure d'acier et T de l'eau qui circule ne dépendent alors que de x.

On ne prendra en compte que les échanges de chaleur qui se font dans la direction y. En particulier, le modèle ne prendra pas en compte les échanges suivant x à l'intérieur de la plaque et de l'eau.

La plaque reçoit la puissance solaire P_s par unité de surface. Par ailleurs, elle fournit par convection les puissances surfaciques:

$h_0(T_a - T_0)$ à l'air

$h \cdot (T_a - T)$ à l'eau qui circule

L'eau, considérée comme incompressible et indilatable, n'a des échanges thermiques qu'avec la plaque.

1)- Donner l'expression de la vitesse v_0 en fonction du débit volumique D et des dimensions a et e.

2)- Bilan thermique de la plaque:

Ecrire, en régime permanent, le bilan thermique de la plaque; en déduire la relation entre $T_a(x)$, T(x), T_e, P_s, h et h_0. (équation 3).

3)- Bilan thermique de l'eau

On envisage une tranche de liquide de section S = a.e et de longueur dx, limitée par les pistons fictifs (1) et (2) à l'instant t; à l'instant $t + dt$, les pistons sont en (1') et (2').

a)- déterminer la distance de (1) à (1') en fonction de v_0 et dt. En déduire celle de (2) à (2') sachant que l'écoulement est permanent.

b)- Déterminer la variation dH d'enthalpie de la tranche dx entre les instants t et $t + dt$.

c)- déterminer l'énergie échangée par la tranche dx entre les instants t et $t + dt$.

d)- En faisant le bilan thermique de la tranche entre les instants t et $t + dt$, déterminer l'équation différentielle (4) reliant $\frac{dT}{dx}$ à T_a et T, ainsi qu'à C, h, e, v_0 et μ.

4)-a)- Déduire des deux équations (1) et (2) l'équation différentielle à laquelle satisfait $T(x)$. On prendra toujours $h >> h_0$.

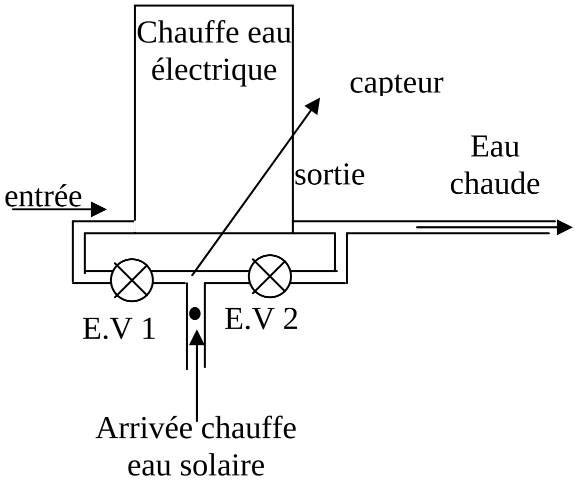
.

b)- Sachant que T(0) = T_e (température de l'eau entrante, donner l'expression de T(x) en fonction de T_e,P_s, h_0,a, μ, C et D.

c)- Déterminer l'expression numérique de T(x), ainsi que la température T(b) de sortie de l'eau en utilisant les mêmes données numériques que dans la première partie, avec D = 20 litres/heure

Troisième partie: gestion de l'eau chaude:

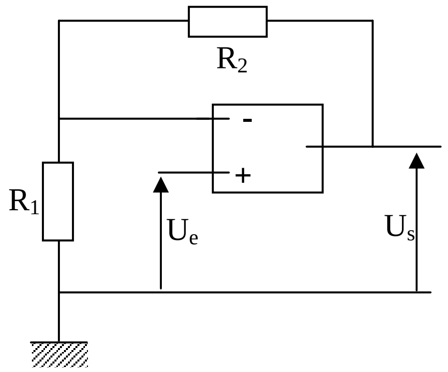
Cette partie est totalement indépendante des deux premières. Pour des raisons de commodité, les températures seront exprimées en °C et seront notées t.



La température de l'eau obtenue est évidemment dépendante des conditions météorologiques. On doit donc compléter l'installation par un chauffe eau électrique: si la température de l'eau obtenue à la sortie du chauffe eau solaire est suffisante, on l'utilise directement, sinon, on l'envoie à l'entrée du chauffe eau électrique qui achève le chauffage.
Au dessus de 55°C, l'eau est envoyée directement à l'utilisation, et si elle descend au dessous de 45°C, elle est envoyée au chauffe eau électrique.
On désire que cette opération s'effectue automatiquement, par un capteur de température commandant deux électrovannes

Dans toute cette partie, les amplificateurs opérationnels sont considérés comme parfaits: pas de courants débités dans les entrées + et -, et une tension différentielle d'entrée nulle en régime linéaire.

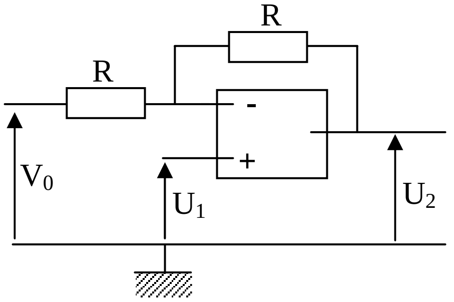
1)- Préliminaires:



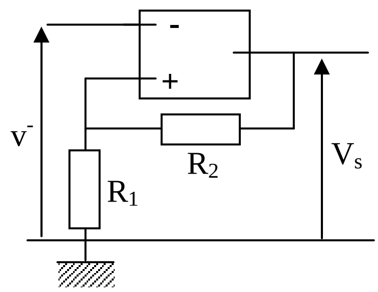
a)- Dans le circuit ci contre, on admet qu'on fonctionne en régime linéaire.

En déduire le gain en tension de ce montage:

$$G = \frac{U_s}{U_e}$$



b)-L'amplificateur opérationnel étant toujours en régime linéaire, déterminer l'expression de U_2 en fonction de V_0 et U_1



c)- L'amplificateur opérationnel fonctionne en régime de saturation: la tension de sortie est V_{sat} (saturation haute) si $\varepsilon = v^+ - v^-$ est positif, et $-V_{sat}$(saturation basse) si ε est négatif.

α)- Donner l'expression de v^+ en fonction de V_s.

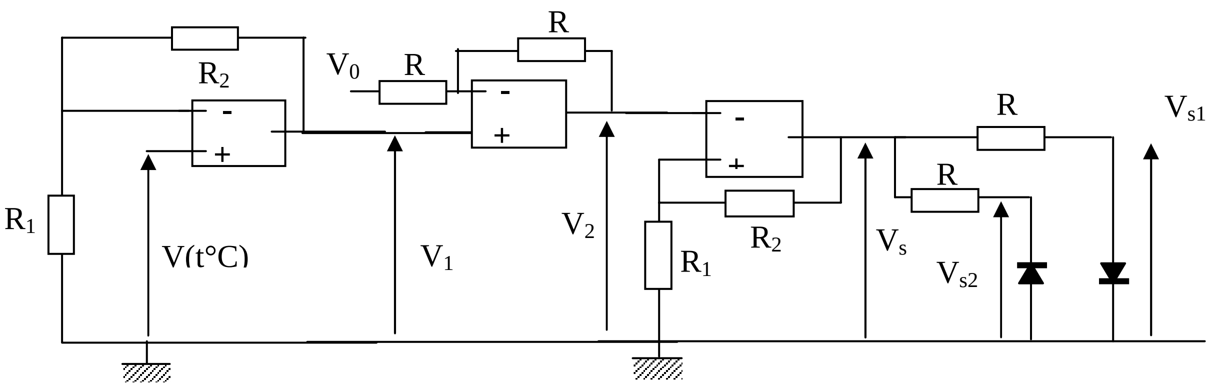
β)- v^- est assez faible pour qu'on soit en saturation haute, puis on le fait croître progressivement. Donner l'évolution de V_s.

γ)- Lorsque V_s a basculé en saturation basse, on fait décroître v^-. Donner l'évolution de V_s. En déduire le tracé de la caractéristique $V_s = f(v^-)$.

2)- Le capteur de température (type LM35), convenablement alimenté, fournit entre ses deux bornes de sortie une tension :

$$V(t°C) = K.t(°C) \text{ avec } K = 10^{-2}\ V/°C$$

Cette tension est envoyée sur les trois montages précédents:



V_0 est une tension que l'on a fixée à 11 volts. On donne:

$$R_1 = 4{,}7\ k\Omega \ ,\ R_2 = R = 47\ k\Omega$$

Déterminer V_1 puis V_2 en fonction de la température Celsius détectée par le capteur.

3)- Le troisième amplificateur opérationnel fonctionne en saturation haute ou basse. La tension de saturation est de 12 volts. Déterminer les températures pour lesquelles il y a bascule de $-V_{sat}$ à V_{sat} (température t_1) puis de V_{sat} à $-V_{sat}$ (température t_2)

4)- Les deux diodes sont supposées parfaites. En déduire les valeurs de V_{s1} et V_{s2} suivant la valeur de V_s. Préciser les électrovannes qui doivent être commandées par V_{s1} et V_{s2} pour obtenir le fonctionnement souhaité.

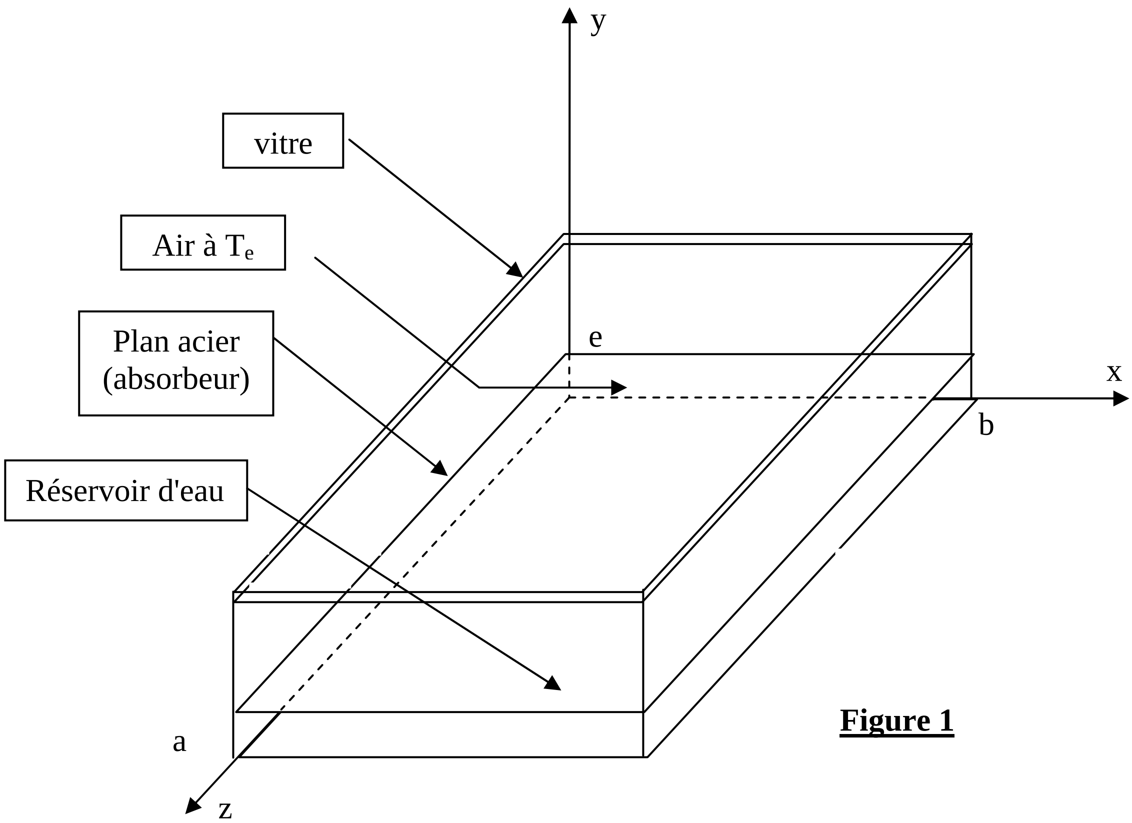


Figure 1

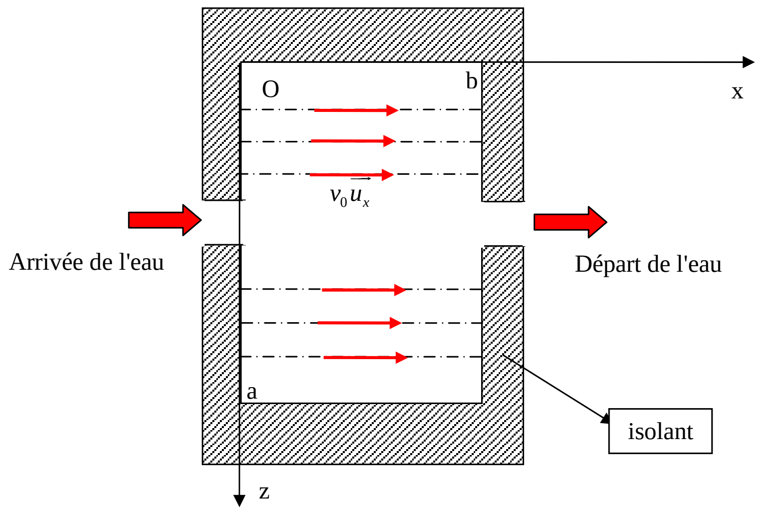


Figure 2

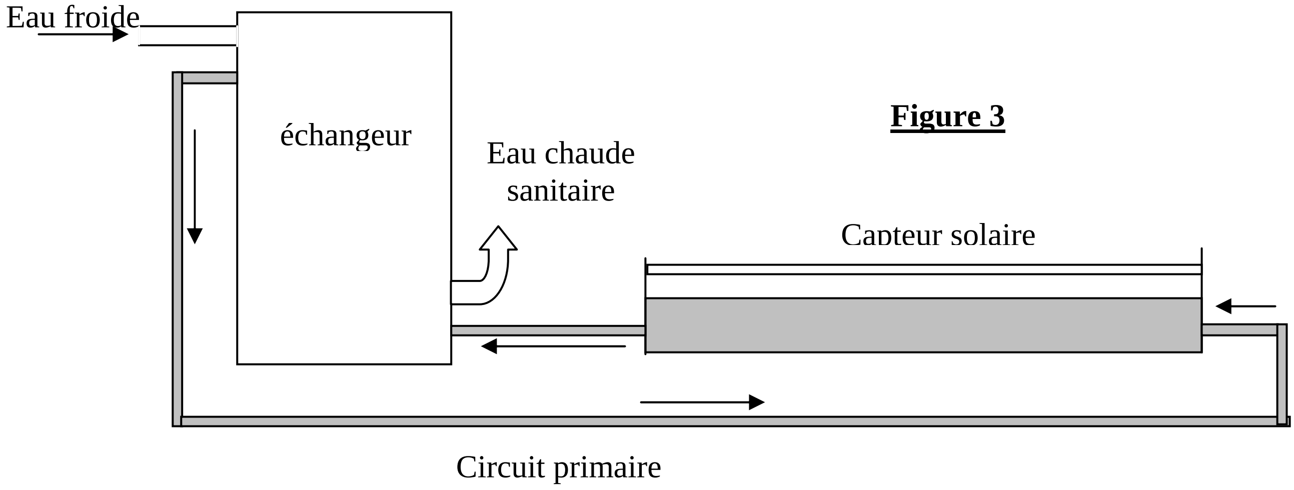


Figure 3