

1) Arbres et occurrences ...

Il est possible de représenter un arbre binaire sous forme d'occurrences. Dans ce cas, si un nœud a pour occurrence μ , alors son fils gauche aura pour occurrence $\mu 0$ et son fils droit $\mu 1$.

Nous nous proposons donc de représenter un arbre binaire à l'aide d'une chaîne de caractères constituée des diverses occurrences de l'arbre séparée les unes des autres par une virgule. Nous représenterons la racine par E .

Soit l'arbre B défini, sous forme d'occurrences et représenté à l'aide d'une chaîne de caractères de la manière suivante:

$$B = "E,0,1,00,01,10,11,001,101,1010,1011"$$

- 1) Comment sans représenter l'arbre B peut-on déterminer :
 - a) $T(B)$ taille de B ?
 - b) $H(B)$ hauteur de B ?
 - c) Le fait qu'un nœud de B soit une feuille ?
 - d) $LC(B)$ longueur de cheminement de B (la somme des hauteurs des nœuds de l'arbre) ?
 - e) $HM(B)$ hauteur moyenne des nœuds de B ($LC(B)/T(B)$) ?
- 2) Représenter graphiquement l'arbre B .

2) Hiérarchie et occurrences ...

Une autre forme de représentation possible des arbres binaires est la numérotation hiérarchique des nœuds. Dans ce cas, la racine a pour numéro 1 (un) et si i un entier est le numéro actuel d'un nœud alors :

- a) son fils gauche est numéroté $2i$
- b) son fils droit est numéroté $2i+1$

Nous nous proposons d'étudier la procédure qui à partir de la numérotation hiérarchique d'un nœud construit son occurrence. Par exemple, pour les valeurs de numéro hiérarchique suivantes, le résultat de cette transformée sera :

<i>n° hiérarchique :</i>	27	10	1	42	43
<i>Occurrence :</i>	1011	010	E	01010	01011
<i>Hauteur :</i>	4	3	0	5	5

- 1) Donner le principe algorithmique de la procédure ***occurrence*** qui à partir d'un entier ***no*** (représentant la numérotation hiérarchique du nœud) retourne la chaîne ***occ*** (représentant l'occurrence de ce dernier) et l'entier ***hauteur*** (hauteur du nœud dans l'arbre).
- 2) Ecrire en Pascal, C ou Caml la procédure correspondant à ce principe.

Remarque : le numéro donné est supérieur à 0 . Notez le cas particulier pour la racine dont la hauteur est 0 et l'occurrence " E"

3) Arbres, Hiérarchie et occurrences ...

Revenons sur la représentation hiérarchique des arbres binaires et prenons l'arbre binaire suivant représenté (statiquement) sous forme hiérarchique :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
<i>T</i>	<i>E</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>F</i>	<i>R</i>	<i>A</i>		<i>R</i>	<i>S</i>		<i>A</i>	<i>E</i>	<i>E</i>		<i>U</i>				<i>E</i>	

- 1) Représenter graphiquement l'arbre correspondant.
- 2) En considérant un parcours profondeur main gauche de cet arbre, donner la liste des nœuds dans l'ordre infixe de rencontre.
- 3) Donner sous forme d'occurrences la représentation de cet arbre.