ETUDE D'UN HAUT PARLEUR

I Etude mécanique

1-

1-1 L'équipage mobile est soumis

– à la force de rappel : $-kz\vec{u}_z$

- à la force de frottement : $-f.\dot{z}\vec{u}_z$

Le théorème de la résultante dynamique s'écrit : $m\ddot{z} = -kz - f\dot{z}$

Soit $m\ddot{z} + f\dot{z} + kz = 0$

1-2 Si F est négligé on a l'équation : $m\ddot{z} + kz = 0$

C'est l'équation différentielle d'un oscillateur harmonique, de pulsation propre : $w_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

Et de fréquence propre $v_0 = 2\prod\sqrt{\frac{k}{m}}$ numériquement : $v_0 = 69.7Hz$

1-3 L'équation caractéristique associée à l'équation différentielle précédente s'écrit :

$mr^2 + fr + k = 0$

Le régime est critique lorsque le discriminant $\Delta = f^2 - 4km$ est nul, soit pour $f = f_e$, tel que $fe^2 - 4km = 0$

$fe = 2\sqrt{km}$ $fe = 7.01kg.s^{-1}$

2-

2-1 L'élément $d\vec{l}$ de circuit est soumis à la force de laplace :

$$d\vec{F} = id\vec{l} \, r\vec{B} = idl\vec{u}_0 rB\vec{u}_1$$

$$d\vec{F} = iBdl\vec{u}_z$$

Soit, pour toute la longueur de l'enroulement : $\vec{F} = -iBl\vec{u}_z$

i > 0 : $\vec{F}$ est de sens opposé à $\vec{u}_z$

2-2 En ajoutant au bilan des forces précédent la force de laplace , on obtient la nouvelle équation différentielle :

$$m\ddot{z} + f\dot{z} + kz = -\frac{Bl}{m}i^{(1)}$$

Soit en divisant par m : $\ddot{z} + \frac{f}{m}\dot{z} + w_0^2 z = -i\frac{Bl}{m}$

2-3

a- En régime forcé, z est sinusoidal de pulsation W. si on désigne par $\bar{z}$ la grandeur complexe associée,

$$\bar{z} = ae^{j(\omega t+\varphi)} \qquad \dot{\bar{z}} = j\omega.\bar{z} \text{ et } \qquad \ddot{\bar{z}} = -\omega^2 z$$

Dans ces conditions, l'équation différentielle précédente s'écrit :

$$\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)\bar{z} + j\omega\frac{f}{m}\bar{z} = -\frac{Bl}{m}I_0 e^{j\omega t}$$

$$\bar{z} = -\frac{\frac{Bl}{m}}{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right) + j\omega\frac{f}{m}} I_0 e^{jwt}$$

L'égalité des modules s'écrit $a = \dfrac{\frac{Bl}{m}I_0}{\sqrt{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + \frac{f^2}{m^2}\omega^2}}$

Et celle des arguments : $\tan\varphi = \dfrac{\omega f}{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)m}$

b- On en déduit tout de suite $g(\omega) = \dfrac{a}{I_0} = \dfrac{\frac{Bl}{m}}{\sqrt{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + \frac{\omega^2 f^2}{m^2}}}$

qui à la forme de l'expression proposée, avec : $K = \dfrac{Bl}{m}$ et $u = \left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + \dfrac{f^2}{m^2}\omega^2$

c- $\dfrac{du}{d\omega} = -2(\omega_0^2 - \omega^2)\bullet 2\omega + \dfrac{2f^2}{m^2}\omega\left[\dfrac{f^2}{m^2} - 2(\omega_0^2 - \omega^2\right]$

et $\dfrac{dg}{d\omega} = \dfrac{dg}{du}\cdot\dfrac{du}{d\omega} = -\dfrac{K}{2(u)^{\frac{3}{2}}}\bullet 2\omega\left[\dfrac{f^2}{m^2} - 2\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)\right]$

u, somme de carrés, est positif, et K>0 : $\dfrac{dq}{d\omega}$ est de signe contraire à $\dfrac{du}{d\omega}$.

$\dfrac{du}{d\omega}$ s'annule pour $\omega = 0$ $\dfrac{f^2}{m^2} + 2\omega^2 - 2\omega_0^2 = 0$ soit $\omega^2 = \omega_0^2 - \dfrac{f^2}{2m^2}$

Si f< $f_0 = m\omega_0\sqrt{2}$

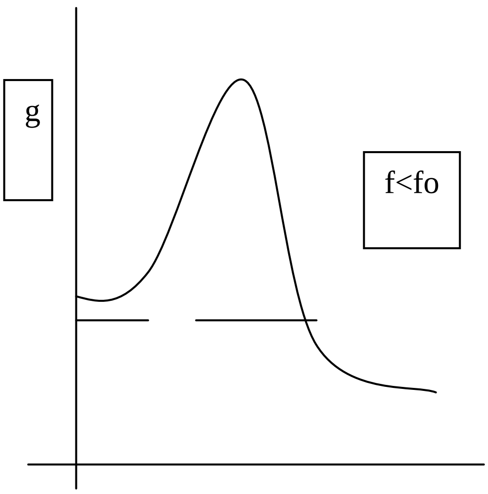
$\dfrac{du}{d\omega}$ à 2 racines $\omega = 0$ et $\omega_m = \sqrt{\omega_0^2 - \dfrac{f^2}{2m}}$

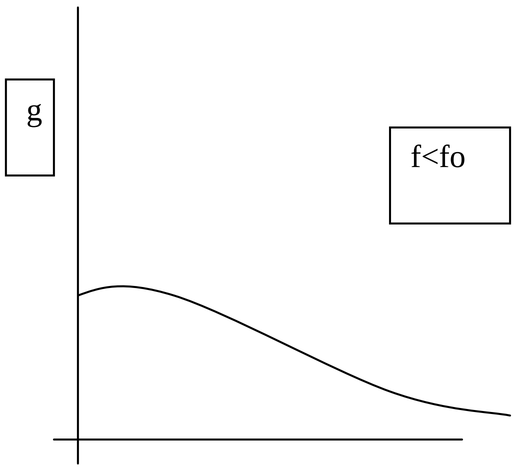
$\dfrac{du}{d\omega}$ <0 si 0< $\omega < \omega_m$ et $\dfrac{du}{d\omega}$ >0 si $\omega > \omega_m$

$\omega = \omega_m$ est un minimum pour u , donc un maximum pour $g(\omega)$

Si $f > f_0$: g est monotone et décroissante de $\dfrac{Bl}{m\omega_0^2}$ à 0 lorsque ω varie de 0 à l'infini .

d- On déduit les deux courbes :





II Couplage électromécanique :

1- La f.e.m d'induction s'écrit : $e = \oint_{sdénoide} (\vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot d\vec{l} = \int_{sol} (v\vec{u}_z \wedge B\vec{u}_1) \cdot dl\vec{u}_\theta = \int_l vBdl$

$e = vBl$

2- la loi des mailles, appliquée au circuit de l'enroulement, s'écrit : $u + vBl = ri + L\frac{di}{dt}$

$u - ri - L\frac{di}{dt} = -Blv(2)$

3- l'équation (1) s'écrit, avec $v = \dot{z}$

$m\frac{dv}{dt} + fv + kz = iBl\,(1)$

On multiplie 2 par i et (1) par –v, et on fait la somme membre par membre :

$$ui - ri^2 - Li\frac{di}{dt} = -Blvi \qquad \frac{-mv\frac{dv}{dt} - fv^2 - kz = -Blvi}{ui - ri^2 - Li\frac{di}{dt} - mv\frac{dv}{dt} - fv^2 - kzv = 0}$$

Soit $ui = Li\frac{di}{dt} + mv\frac{dv}{dt} + kz\frac{dz}{dt} + fv^2 + ri^2$ ou $ui = \frac{d}{dt}\left[\frac{1}{2}Li^2 + \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kz^2\right] + fv^2 + ri^2$

4- c'est une equation de conversation de l'energie :

-ui puissance fournie par la générateur

$\frac{d}{dt}\left[\frac{1}{2}Li^2 + \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kz^2\right]$: puissance stockée :

- dans l'indulgence
- dans la masse (énergie cinématique)
- dans le ressort (énergie potentielle)

$fv^2 + ri^2$ Représente les puissances

fv^2 : par les forces de frottement avec le milieu

ri^2 : par effet Joule dans la résistance

fv^2 ne représente pas que de la puissance perdue : une grande partie est utilisée pour fournir la puissance sonore.

5- La loi des mailles (équation (2)), en régime forcé de pulsation ω, s'écrit en complexes : $\vec{u} = r\bar{i} + jLw\underline{\bar{i}} - Bl\underline{\bar{v}}$ Et l'équation mécanique, dans les mêmes conditions : $jm\omega\bar{v} + f\bar{v} + \frac{k}{j\omega}\bar{v} = -\bar{i}Bl$

6- On en tire $\bar{v}$ que l'on porte dans l'équation électrique : $\bar{v} = \frac{-Bl}{f + jm\omega + \frac{k}{j\omega}}\bar{i}$

$$\bar{u} = (r + jL\omega)\bar{i} + \frac{B^2l^2}{f + jm\omega + \dfrac{k}{j\omega}}\bar{i}$$

On a ainsi $\bar{u} = (\bar{z} + \bar{z}_m)\bar{i}$ avec $z = r + jLw$ impédance au bobinage.

$Y_m = \dfrac{1}{z_m} = \dfrac{f + jm\omega + \dfrac{k}{j\omega}}{B^2l^2}$: Impédance due au mouvement du bobinage

Y_m est la somme de 3 admittances

$\dfrac{f}{B^2l^2} = \dfrac{1}{R_m}$ $\qquad$ $R_m = \dfrac{B^2l^2}{f}$

$\dfrac{jm\omega}{B^2l^2} = \dfrac{Jc_m\omega}{1}$ $\qquad$ $c_m = \dfrac{m}{B^2l^2}$

$\dfrac{k}{j\omega B^2l^2} = \dfrac{1}{jL_m\omega}$ $\qquad$ $L_m = \dfrac{B^2l^2}{k}$

C_m et L_m constituent des réactances, dans lesquelles la puissance moyenne dissipée est nulle.

A par la puissance dissipée par effet Joule dans r, le reste de la puissance est dissipée dans R_m, c'est la puissance sonore fournie par le haut parleur, si on retranche les pertes