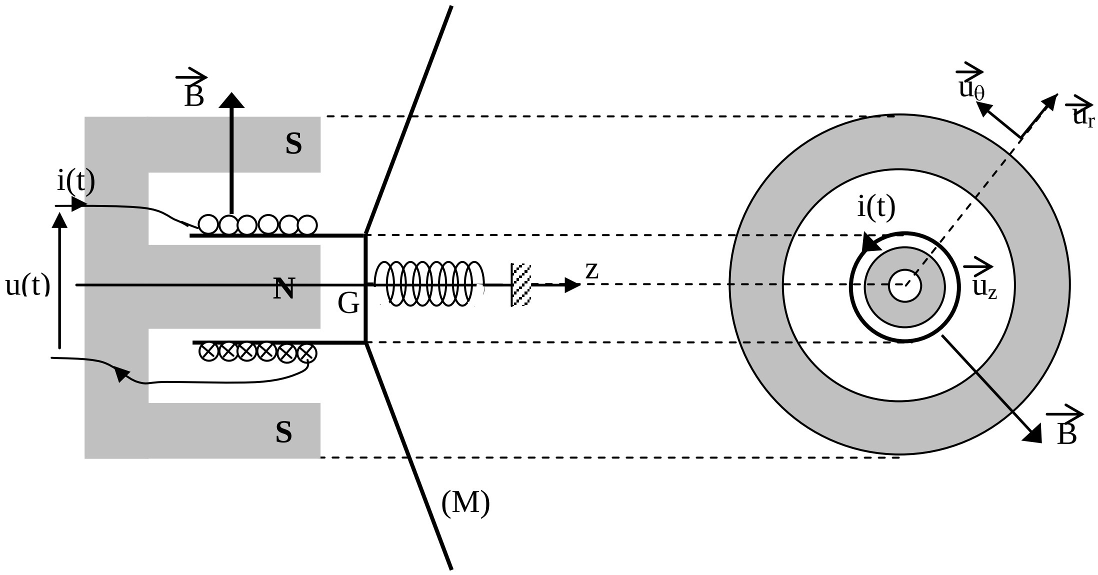
Etude d'un haut-parleur

Un haut parleur électrodynamique représenté dans la figure ci- dessous est constitué :
D'un équipage mobile (M) constitué par la membrane et un mandrin sur lequel est enroulé un bobinage en forme de solénoïde indéformable.Son centre de masse G est sur l'axe z.
D'un aimant en forme d'anneau d'axe z qui crée un champ magnétique radial $\vec{B} = B \cdot \vec{u}_r$ de norme B constante.



L'équipage mobile a une masse m. Le système de suspension exerce sur lui une force verticale opposée à son poids. Horizontalement, son action est équivalente à un ressort de raideur k maintenant G à l'abscisse z = 0 en l'absence de toute autre force.Le seul mouvement possible est donc une translation parallèle à z, que l'on caractérisera par l'abscisse z de G.
Lorsque la vitesse de G est $\vec{v} = \dot{z} \cdot \vec{u}_z$, le système est soumis à la force de frottement de type visqueux :

$$F_f = -f \cdot \vec{v} \qquad f > 0 \text{ ; } f \text{ est constant.}$$

Le solénoïde est constitué par un fil de longueur totale *l*, auquel on applique éventuellement la tension u(t) comme indiqué. Le courant i(t) est pris conventionnellement dans le sens indiqué sur la figure : l'élément de longueur du circuit s'écrit alors : $\overrightarrow{dl} = dl \cdot \vec{u}_\theta$.
Ce solénoïde a une résistance r et un coefficient d'inductance L

Données numériques :

$$m = 8\text{g} \text{ ; } k = 1536 \text{ N.m}^{-1}$$

I- Etude mécanique

1)-

1-1)- Le solénoïde est en circuit ouvert : i(t) = 0. Ecrire l'équation différentielle du mouvement de G.

1- 2)- Si f est négligeable, donner l'expression de la pulsation propre ω_0 de l'oscillateur. En déduire l'expression et la valeur numérique de sa fréquence propre ν_0.

1-3)- Déterminer l'expression fc du coefficient de frottement f pour que l'oscillation se fasse selon le régime critique. Application numérique.

2)-On impose dans le solénoïde le courant électrique i(t).

2- 1)- Déterminer en fonction de i, B et l l'expression de la force de Laplace exercée alors sur le bobinage. On notera sur un croquis clair le sens de la force exercée sur un courant positif.

2- 2)- Ecrire la nouvelle équation différentielle du mouvement de (M) en fonction de f, i,B, l , k et m.(Equation n°1), puis de ω_0, f, i,B, l et m.

2- 3)-

$$i(t) = I_0 \cos(\omega t)$$

On cherche une solution en régime forcé, de la forme :

$$z = a \cdot \cos(\omega t + \varphi)$$

On se placera en notation complexe en posant :

$$\overline{i} = I_0 e^{j\omega t} \quad \text{et} \quad \overline{z} = a \cdot e^{j(\omega t + \varphi)}$$

a)-Déterminer a et $\tan\varphi$ en fonction de I_0, ω, ω_0, f, m, B et l.

b)- Déterminer l'expression $g(\omega) = \dfrac{a}{I_0}$ sous la forme :

$$g(\omega) = \frac{K}{\sqrt{u}}$$

où K est une constante et u, un polynôme en ω. Donner les expressions de K et de u.

c)- Déterminer $\dfrac{du}{d\omega}$. En déduire $\dfrac{dg}{d\omega}$. Montrer que g présente un maximum pour $\omega = \omega_m$ que l'on déterminera en fonction de ω_0, f et m si f est inférieur à une valeur f_0 dont on donnera l'expression en fonction de m et ω_0.

d)- tracer l'allure de la courbe $g(\omega)$ pour $f < f_0$ et $f > f_0$

II- couplage électromécanique :

On applique maintenant aux bornes du solénoïde une source de tension parfaite u(t).:

1)- le bobinage, animé d'une vitesse $\vec{v} = \dot{z} \cdot \vec{u}_z$, est alors le siège d'une force électromotrice d'induction d'expression :

$$e = \int_{bobine} \vec{v} \wedge \vec{B} \cdot \overrightarrow{dl}$$

Donner l'expression de cette force électromotrice en fonction de la longueur l de l'enroulement, ainsi que des modules du champ et de la vitesse.

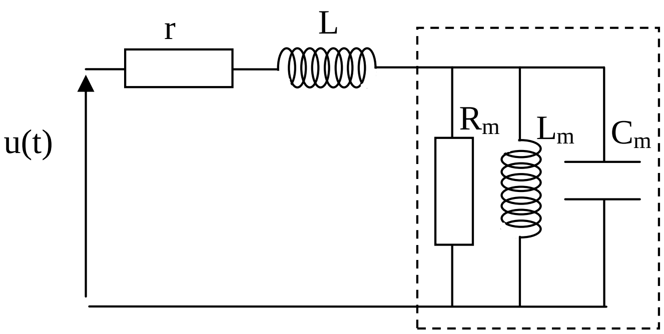
2)- En déduire l'expression de l'équation différentielle liant i, u, v, ainsi que les constantes (k,f,m) et les grandeurs caractéristiques électriques (L,r) du circuit.(Equation n°2)

3)-Combiner cette équation avec l'équation (1) réécrite en v , $\frac{dv}{dt}$ et z pour faire disparaître le terme de couplage et faire apparaître le terme u.i.

4)- Montrer que l'expression obtenue constitue un bilan énergétique dont on interprètera les différents termes.

5)- La tension appliquée est maintenant de la forme :

$$u(t) = U_0 \cdot \cos(\omega t) \text{ soit, en complexes : } \bar{u} = U_0 \cdot e^{j\omega t}$$



$$Y_m = \frac{1}{Z_m}$$

Ecrire les deux équations précédentes en régime forcé. En déduire que le circuit du solénoïde est équivalent au schéma représenté ci-contre.

Et donner l'expression de l'admittance Y_m (admittance motionnelle).

6)- En déduire les expressions de R_m, L_m et C_m en fonction de B, *l*, m, k et f.

Que devient selon vous la puissance dissipée dans la résistance motionnelle R_m ?