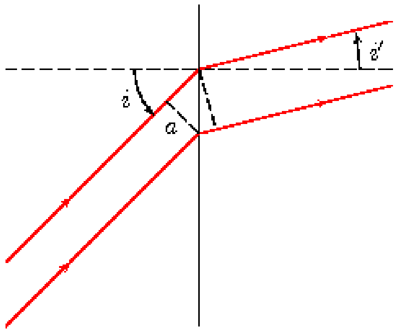
Corrigé - Physique
Concours Critech 2006

Table des matières

1 Principe d'un spectrophotomètre

1. La différence de marche entre 2 ondes passant par 2 fentes voisines s'écrit :

$$\delta = a(sin\ i' - sin\ i)$$



On a un maximum d'ordre p si $\frac{\delta}{\lambda} = p$, soit pour

$$sin\ i' - sin\ i = p\ \frac{\lambda}{a}$$

Pour la suite (réseau par réflexion), on utilisera la relation :

$$sin\ i' + sin\ i = p\ \frac{\lambda}{a}$$

2. Dans les conditions où l'on travaille :

$$i' = 0 \qquad i = \alpha \qquad à\ l'ordre\ 1$$

Soit :

$$sin\ \alpha = \frac{\lambda}{a} \qquad a = \frac{\lambda}{sin\alpha}$$

Pour $\lambda = 0,5\mu m$, $\alpha = 30\,^{\circ}$, et $sin\ \alpha = 0,5$:

$$a = 1,1\mu m$$

3. Lorsque le réseau a tourné d'un angle α, on a :

$$i = \alpha - \theta \qquad i' = -\theta \qquad à\ l'ordre\ 1$$

On en déduit :

$$sin(\alpha - \theta) - sin\ \theta = \frac{\lambda}{a}$$

$$\lambda = a\left[sin(\alpha - \theta) - sin\ \theta\right]$$

4. En développant $sin(\alpha - \theta)$, la solution précédente peut s'écrire :

$$sin\ \alpha\ cos\ \theta - (1 + cos\ \alpha)sin\ \theta = \frac{\lambda}{a}$$

et au 2^e ordre près en θ :

$$sin\ \alpha - (1 + cos\ \alpha)\ \theta = \frac{\lambda}{a}$$

D'où :

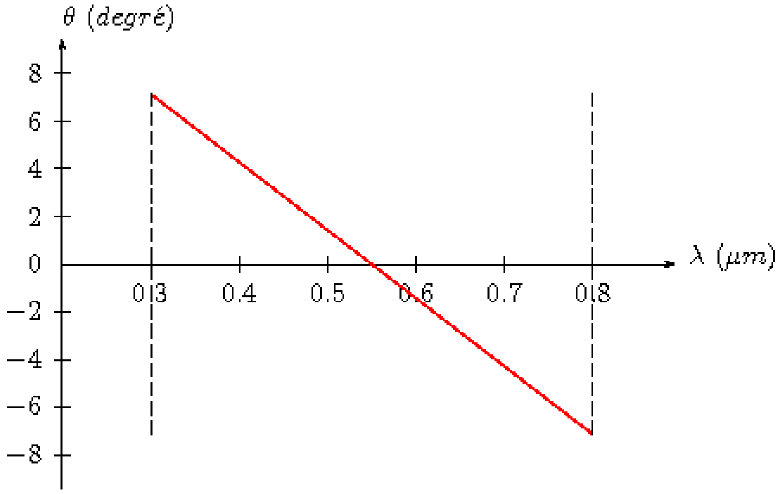
$$\theta = -\frac{\lambda - a\ sin\ \alpha}{a\ (1 + cos\ \alpha)} \quad (\theta\ en\ radians)$$

Soit numériquement :

$$\theta = -0,487\ \lambda + 0,668\ radians$$

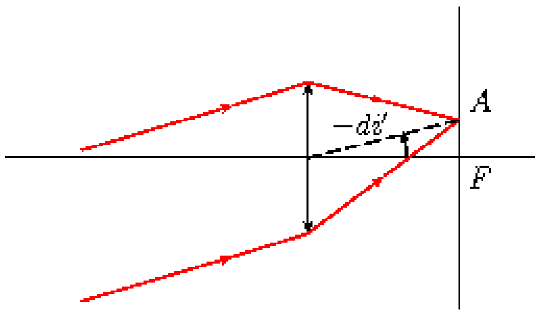
$$\theta = -27,9\ \lambda + 15,34\ degres$$

Dans la limite des approximations, $\theta(\lambda)$ est représentée par une droite :



5. La radiation λ qui passe en F correspond à l'angle $i' = -\theta$. Avec la même position du réseau, la radiation $\lambda + d\lambda$ aura l'ordre 1 à l'angle $\theta + d\theta$, tel que :

$$d\theta = -\frac{d\lambda}{a\ (1 + cos\ \alpha)}$$



La radiation qui arrive en A émerge avec l'angle $i' - di'$ soit $\theta + d\theta$ avec $d\theta = \frac{d}{2f'}$ d'où :

$$d\lambda = -a\ (1 + cos\ \alpha)\ \frac{d}{2f'}$$

L'ensemble des radiations qui passe à travers la fente a donc la largeur spectrale :

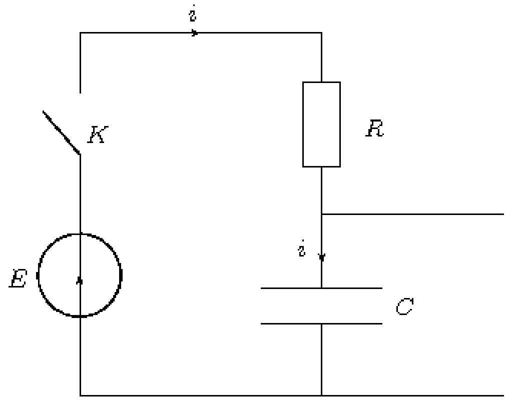
$$\delta\lambda = 2|d\lambda|\ soit\ \delta\lambda = \frac{a\ (1 + cos\ \alpha)\ d}{f'}$$

Soit numériquement :

$$\delta\lambda = 8,25\ nm$$

2 Oscillateur électrique

2.1 Charge et décharge d'un condensateur



1. Si q est la charge, $\dfrac{dq}{dt} = i$ et $q = Cu$ soit : $i = C\ \dfrac{du}{dt}$. La loi des mailles s'écrit : $Ri + u = E$
   Soit :
$$RC\frac{du}{dt} + u = E$$

2. On a : $\tau = RC$
   Equation sans second membre :
$$\frac{du}{u} = -\frac{dt}{\tau} \quad \Rightarrow \quad u = A\ e^{-\dfrac{t}{\tau}}$$
   Solution complète :
$$u(t) = A\ e^{-\frac{t}{\tau}} + solution\ particuli\grave{e}re$$
$$u = E \quad soit \quad u(t) = E + A\ e^{-\dfrac{t}{\tau}}$$
   à $t = 0$,
$$u(0) = -V_0$$
$$A + E = -V_0$$
$$A = -(E + V_0)$$
   Soit :
$$u(t) = E - (E + V_0)\ e^{-\dfrac{t}{\tau}}$$
   à $t = t_1$,
$$u = V_0$$
$$V_0 = E - (E + V_0)\ e^{-\dfrac{t_1}{\tau}}$$
$$e^{-\dfrac{t_1}{\tau}} = \frac{E - V_0}{E + V_0}$$
$$t_1 = \tau\ ln\left(\frac{E + V_0}{E - V_0}\right)$$

3. L'équation est la même qu'en 1., avec E qui devient $-E$:

$$\tau \, \frac{du}{dt'} + u = -E$$

Avec $u = V_0$ à $t' = 0$, la solution générale s'écrit :

$$u = A' \, e^{-\frac{t'}{\tau}} - E$$

avec :

$$A' - E = V_0 \quad soit \quad A' = E + V_0$$

D'où :

$$u(t) = (E + V_0) \, e^{-\frac{t\,'}{\tau}} - E$$

à $t' = t'_1$,

$$u = -V_0$$

$$-V_0 = (E + V_0) \, e^{-\frac{t'_1}{\tau}} - E$$

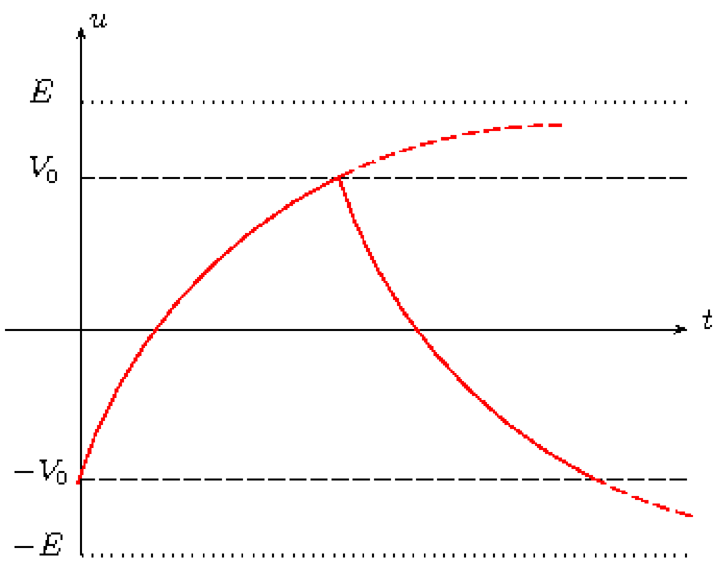
$$t'_1 = \tau \; ln \left(\frac{E + V_0}{E - V_0} \right)$$

Au temps t'_1, on est dans le même état qu'au début : $u(t)$ est donc périodique de période $T = t_1 + t'_1$:

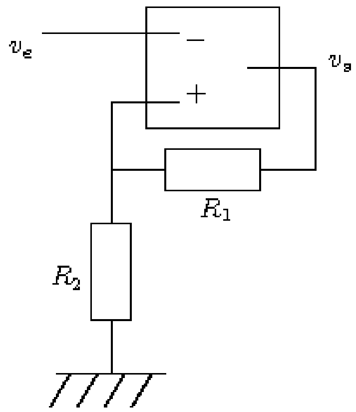
$$T = 2 \; \tau \; ln \left(\frac{E + V_0}{E - V_0} \right)$$

A.N. : $\tau = 1ms$

$$T = 4,4 \; ms$$



2.2 Comparateur à hystérésis



1. Le courant i^+ est nul : le même courant i circule dans R_1 et R_2 :

$$v_s = (R_1 + R_2)\ i$$

$$v_+ = R_2\ i$$

Soit :

$$v_+ = \frac{R_2}{R_1 + R_2}\ v_s = K\ v_s \quad (diviseur\ de\ tension)$$

2. AOP en saturation haute : $v_s = V_{sat}$. Pour que ce soit réalisé, il faut que $\epsilon = v_+ - v_-$ soit positif :

$$v_- < v_+ = \frac{R_2}{R_1 + R_2}\ V_{sat}$$

$$v_- < V_0 \ \ avec \ \ V_0 = \frac{R_2}{R_1 + R_2}\ V_{sat} = K\ V_{sat}$$

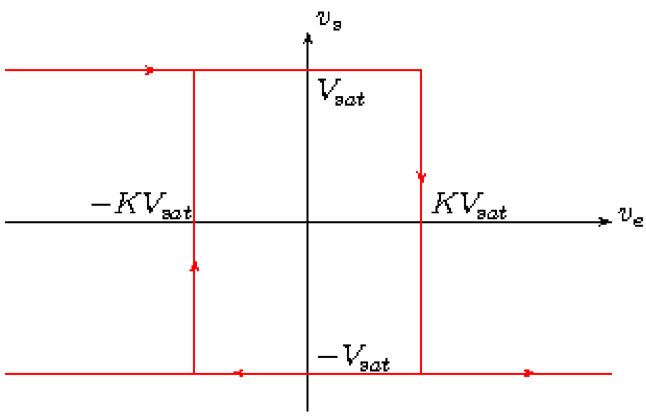
v_e atteint v_0, $\epsilon = 0$: bascule de l'AOP :

$$v_+ = -\frac{R_2}{R_1 + R_2}\ V_{sat} : \epsilon < 0$$

Pour qu'il y ait bascule en saturation haute, il faut soit que ϵ s'annule, soit que :

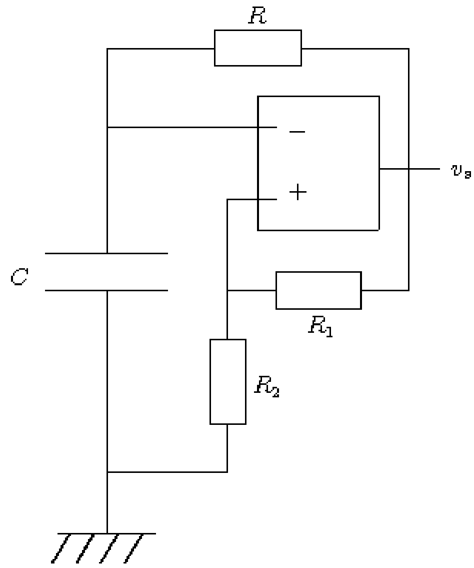
$$v_e = v_- = v_+ \ \Rightarrow \ v_e = -\frac{R_2}{R_1 + R_2}\ V_{sat} = -K\ V_{sat}$$

On en déduit la caractéristique du montage :



$$avec \ \ K = \frac{4}{2+4} = \frac{2}{3} \qquad V_0 = \frac{2}{3}\ .12 = 8\ V$$

2.3 Bascule astable et filtrage



1. A $t = 0^+$, l'AOP est en saturation haute : $v_s = V_{sat}$, et la sortie se comporte comme une source parfaite de f.e.m. égale à V_{sat}. On a exactement le même problème, les mêmes conditions initiales qu'en A.1, à condition de poser : $V_{sat} = E$. On en déduit :

$$u(t) = V_{sat} - (V_{sat} + V_0)\, e^{-\frac{t}{\tau}}$$

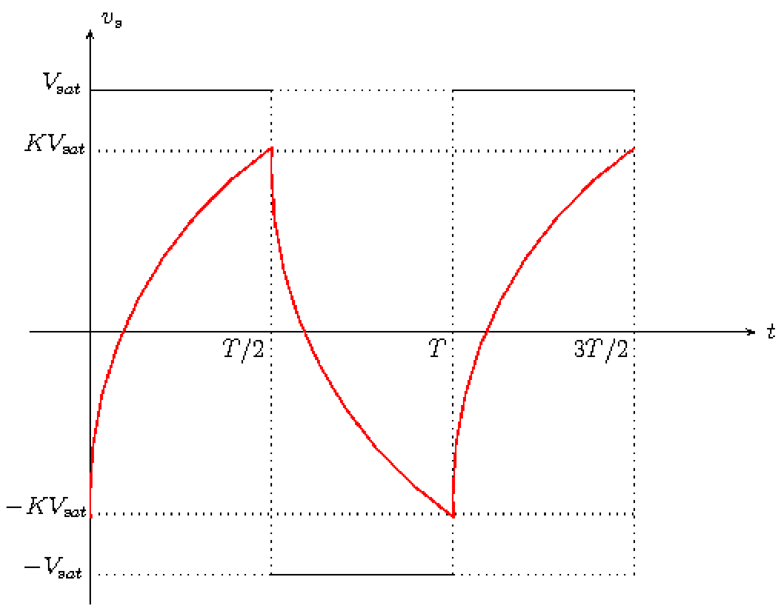
avec la bascule à t_1 pour lequel $u(t) = V_0$:

$$t_1 = \tau\ ln\left(\frac{V_{sat} + V_0}{V_{sat} - V_0}\right)$$

après la bascule, RC est alimenté par la source $E = -V_{sat}$ jusqu'au temps t_1' pour lequel $u = -V_{sat}$. On a pour u la même courbe qu'en A, avec V_{sat} qui remplace E :

$$T = 2\ \tau\ ln\left(\frac{V_{sat} + V_0}{V_{sat} - V_0}\right)$$

D'où les courbes :



2. La valeur moyenne est nulle et la fonction est impaire, il n'y a dans le développement que des termes en sinus :

$$v_s = \sum_{n=0}^{\infty} b_n \; sin\left(\frac{2\pi n}{T}\; t\right)$$

avec :

$$b_n = \frac{2}{T}\int_0^T v_s(t)\; sin\left(\frac{2\pi n}{T}\; t\right). \; dt$$

Soit, en explicitant $v_s(t)$:

$$b_n = \frac{2}{T}\int_0^{T/2} v_{sat}\; sin\left(\frac{2\pi n}{T}\; t\right). \; dt + \frac{2}{T}\int_{T/2}^{T} -v_{sat}\; sin\left(\frac{2\pi n}{T}\; t\right). \; dt$$

Soit :

$$b_n = \frac{2}{T}\; V_{sat}\; \frac{T}{2\pi n}\; [1 - cos\; \pi n] - \frac{2}{T}\; V_{sat}\; \frac{T}{2\pi n}\; [cos\; \pi n - 1]$$

Si n est pair :

$$b_n = 0$$

Si n est impair :

$$b_n = \frac{4V_{sat}}{\pi n}$$

On a :

$$b_1 = \frac{4V_{sat}}{\pi}$$

La première harmonique non nulle est celle d'ordre 3 :

$$b_3 = \frac{4V_{sat}}{3\pi}$$

Ainsi :

$$\frac{b_3}{b_1} = \frac{1}{3}$$

3. L'AOP est un suiveur. Il ne modifie pas la tension, mais permet au premier filtre de ne pas débiter de courant dans le second. Dans ces conditions, les deux cellules $R'C'$ ont la même fonction de transfert :

$$\mathcal{H} = \frac{\frac{1}{jC'\omega}}{R' + \frac{1}{jC'\omega}} = \frac{1}{1 + jR'C'\omega} \quad \text{en régime sinusoidal de pulsation } \omega$$

La fonction de transfert de l'ensemble est donc :

$$\mathcal{H}' = \mathcal{H}^2 = \frac{1}{(1 + jR'C'\omega)^2}$$

et le gain $G' = |\mathcal{H}'|$:

$$G' = \frac{1}{1 + R'^2C'^2\omega^2}$$

Le fondamental d'amplitude b_1 a la pulsation $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$. Son amplitude en sortie est donc b'_1 :

$$b'_1 = \frac{1}{1 + R'^2C'^2\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2}\; b_1$$

Et pour l'harmonique d'ordre 3 :

$$b'_3 = \frac{1}{1 + R'^2 C'^2 \left(\frac{2\pi}{3T}\right)^2}\ b_3$$

Soit :

$$\frac{b'_3}{b'_1} = \frac{1 + \frac{R'^2 C'^2 4\pi^2}{T^2}}{1 + \frac{9R'^2 C'^2 4\pi^2}{T^2}} . \frac{1}{3}$$

A.N. :

$$\frac{b'_3}{b'_1} = \frac{1 + 0,942}{1 + 0,942 \times 9} = 6,8.10^{-2}$$

On se rapproche d'une oscillation sinusoidale de période T.