

EPREUVE OPTIONNELLE de PHYSIQUE

Anémomètre à fil chaud

Un fil de platine de longueur ℓ et de diamètre d est parcouru par un courant électrique qui lui fournit une puissance maintenue constante par un dispositif approprié. Il est entouré d'air à la température ambiante T_a , et l'échange thermique entre le fil à la température T et l'air est caractérisé par le flux conducto-convectif:

$$\varphi = h' \cdot (T - T_a)$$

On donne pour le platine:

Masse volumique: $\mu = 21,4 \cdot 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$; Capacité calorifique massique: $c = 120 \text{ J.kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

Puissance électrique : $P = 10^{-5} \text{ W}$ $h' = 2 \text{ W.m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$

Longueur du fil: $\ell = 1 \text{ cm}$ diamètre $d = 5 \text{ }\mu\text{m}$

La conductivité thermique du platine est suffisamment grande pour qu'on puisse considérer que la température du fil est uniforme à tout instant.

I

1)-

a)- Faire un bilan énergétique pour le fil, et en déduire une équation différentielle en $\theta = T - T_a$. S étant la surface latérale du fil, on pourra poser:

$$\tau = \frac{m \cdot c}{h' \cdot S}, \text{ où } m \text{ est la masse du fil.}$$

b)- Donner l'expression de τ en fonction de μ , c , d et h' , et calculer la valeur numérique de τ .

2)-

a)- Sachant qu'au temps initial $t = 0$, le fil est à la température T_a , donner l'expression de $\theta(t)$, et tracer l'allure de la courbe représentant $\theta(t)$, en faisant figurer la constante de temps τ .

b)- Déterminer la température d'équilibre atteinte par le fil, sachant que $T_a = 20^\circ\text{C}$.

II

L'air qui entoure le fil s'écoule maintenant autour du fil avec la vitesse \bar{v} parallèle à l'axe du fil. Dans ces conditions, les échanges par convection sont modifiés: On écrira toujours le flux conducto-convectif sous la forme:

$$\varphi = h \cdot (T - T_a)$$

Mais h dépend maintenant de la vitesse d'écoulement du fluide: il s'écrit:

$$h = h' + h'' \sqrt{v} \quad \text{avec : } h'' = 1,5 \text{ W.K}^{-1} \cdot \text{m}^{-5/2} \cdot \text{s}^{1/2}$$

3)- L'air d'écoulant à la vitesse v_0 , h prend la valeur h_0 . En utilisant les bilans établis précédemment, établir l'expression de la température d'équilibre T_0 atteinte par le fil en fonction de T_a , P , h_0 et S .

4)- Le fil étant à la température T_0 au temps initial $t = 0$, la vitesse passe brutalement de la valeur v_0 à la valeur v_1 : h prend alors la valeur h_1 .

a)- Déterminer l'expression de la nouvelle température d'équilibre T_1 en fonction de T_a , P , h_1 et S .

b)- Déterminer l'évolution de la température en fonction du temps. Montrer qu'elle peut se mettre sous la forme:

$$\delta T = \delta T_e \cdot (1 - e^{-t/\tau_1}) \quad \text{avec } \delta T = T - T_0$$

et déterminer les expressions de δT_e et de τ_1 en fonction des données.

c)- On donne : $v_0 = 5 \text{ m.s}^{-1}$ et $v_1 = 6 \text{ m.s}^{-1}$.

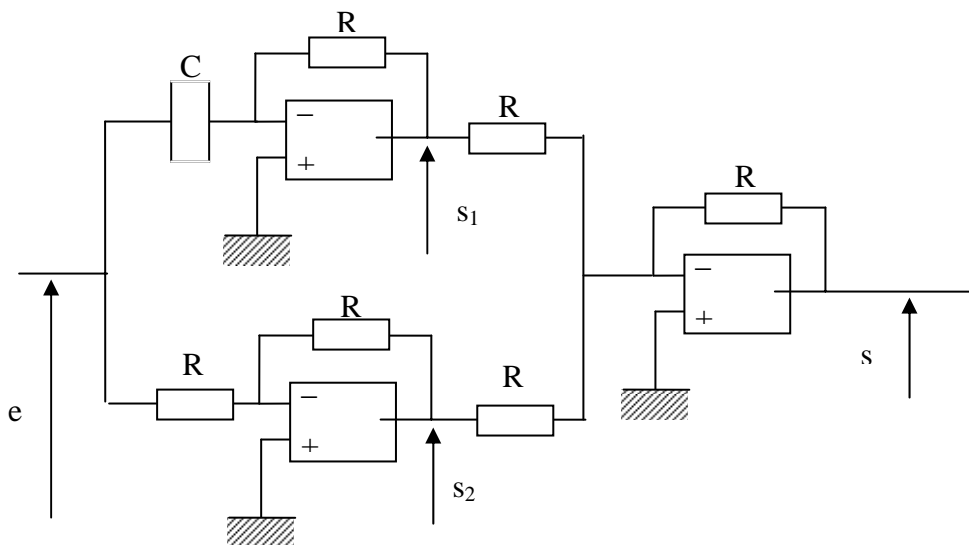
Déterminer numériquement T_0 , T_1 , δT_e et τ_1 .

III

Lorsque la température varie, la valeur R de la résistance de platine varie: pour délivrer une puissance électrique constante, la tension U aux bornes de la résistance doit varier: après amplification et linéarisation, la tension U est proportionnelle à la température: lors de

l'évolution de la vitesse de v_0 à v_1 , la tension varie de $\delta U = \delta U_e \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}}\right)$.

La constante de temps de valeur assez importante oblige à utiliser un circuit correcteur d'inertie, dont le schéma est le suivant:



Les amplificateurs opérationnels utilisés sont supposés parfaits, c'est à dire que les courants d'entrée sont nuls, et la différence de potentiel entre les entrées + et - est nulle en régime linéaire. Dans le montage envisagé, les amplificateurs opérationnels fonctionnent en régime linéaire.

5)- Déterminer les tensions s_1 et s_2 en fonction de e , puis s en fonction de s_1 et s_2 .

6)- En déduire une équation différentielle donnant e en fonction de s .

7)- Au temps $t = 0$, la tension d'entrée e est égale à U_0 . Au temps t , elle a la valeur U , telle que:

$$U - U_0 = \delta U = \delta U_e \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}}\right)$$

Dans ces conditions, la tension de sortie a la valeur s_0 au temps 0, et la valeur s à l'instant t . On pose : $\delta s = s - s_0$.

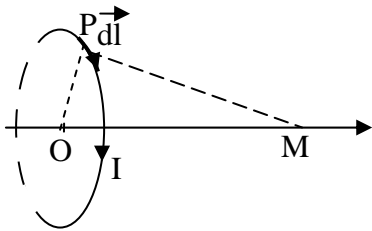
Ecrire l'équation différentielle donnant δs en fonction de δU .

Quelle valeur faut-il donner au produit RC pour annuler pratiquement le temps de réponse ?

Principe du moteur synchrone

I- Le stator

1)- Champ magnétique créé par une spire:



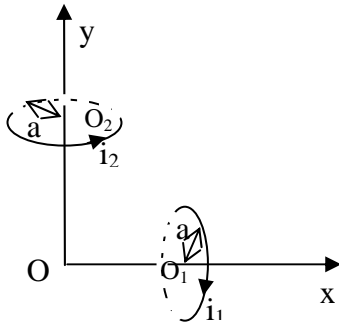
Une spire circulaire de rayon a et d'axe O_1z est parcourue par un courant électrique constant I , dans le sens indiqué sur la figure.

Déterminer le champ magnétique \vec{B} créé par cette spire au point O d'abscisse p sur l'axe.

Dans l'espace repérée par un trièdre orthonormé direct $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$, on veut créer en O un champ magnétique \vec{B} variable au cours du temps. Ce système, appelé stator, est constitué de deux bobinages parcourus par des courants sinusoïdaux de pulsation ω_0 :

$$i_1 = I_0 \cdot \cos(\omega_0 t) \quad \text{et} \quad i_2 = I_0 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

Chacun des deux bobinages de centre respectif O_1 et O_2 est constitué de n spires identiques à celle utilisée précédemment; d'axes Ox et Oy ; leurs centres O_1 et O_2 sont tous les deux à la distance p de O .



Dans ces conditions, les champs \vec{B}_1 et \vec{B}_2 créés respectivement par les bobinages 1 et 2 auront les expressions:

$$\vec{B}_1 = K \cdot i_1 \cdot \vec{u}_x \quad \text{et} \quad \vec{B}_2 = K \cdot i_2 \cdot \vec{u}_x$$

et le champ total créé en O s'écrira:

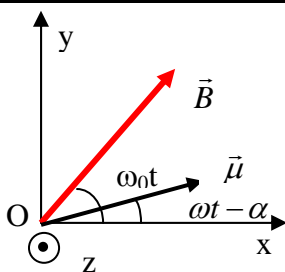
$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$$

2)- On désire que le champ résultant \vec{B} en O ait un module constant, et fasse avec l'axe des x l'angle:

$$\varphi(t) = (\vec{u}_x, \vec{B}) = \omega_0 t$$

Déterminer la valeur à donner au déphasage φ de i_2 par rapport à i_1 pour obtenir une telle forme pour \vec{B} , et exprimer le module B_0 de \vec{B} en fonction de K et I_0 .

II- Fonctionnement du rotor::



On place en O un aimant de moment magnétique $\vec{\mu}$, mobile autour de l'axe Oz , et tournant autour de ce dernier avec la vitesse angulaire ω : à l'instant t , \vec{B} fait avec l'axe des x un angle $\omega_0 t$, et $\vec{\mu}$, l'angle $\omega t - \alpha$

1)- Déterminer le moment $\vec{\Gamma}$ du couple magnétique qui s'exerce sur l'aimant.

2)- En déduire sa valeur moyenne au cours d'une période. On

envisagera les cas où $\omega \neq \omega_0$ et où $\omega = \omega_0$.

3)- Pour quelles valeurs de α le système peut-il fonctionner en moteur ? (On considérera que c'est le cas lorsque le moment du couple et la vitesse de rotation sont de même signe)

4)- Le rotor tournant à la vitesse angulaire constante ω_0 , tracer la courbe donnant la valeur du couple moteur en fonction de l'angle α .

5)- Un tel fonctionnement n'est possible que si le couple résistant Γ_r appliqué au rotor est opposé au couple moteur. En portant $-\Gamma_r$ sur le graphe précédent, faire apparaître les points de fonctionnement possible du moteur, et discuter leur stabilité.