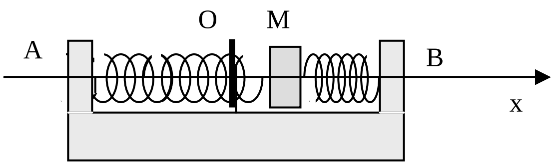
EPREUVE OPTIONNELLE de PHYSIQUE

PARTIE 1 : OSCILLATEUR HARMONIQUE



Dans le dispositif représenté ci-contre, la masse m est supposée ponctuelle, en M, et peut glisser sans frottement sur l'axe des x. Elle est maintenue en équilibre en O par deux ressorts identiques, de masse négligeable, de raideur k, fixés en A et B. Leur longueur à vide est OA = OB.

Lorsque M est animé d'un mouvement de vitesse $\vec{v}$, un amortisseur non représenté sur la figure exerce sur M une force

$$\vec{f} = -\lambda \cdot \vec{v} \qquad \text{avec } \lambda > 0$$

1)- Oscillations libres :

Au temps initial, M est placé à l'abscisse x_0 et abandonné sans vitesse initiale.

a)- Ecrire l'équation différentielle du mouvement ; on posera : $\omega_0^2 = \dfrac{2k}{m}$.

b)- Déterminer l'expression λ_c de λ pour laquelle l'oscillateur est en régime critique.

c)- On pose $\alpha = \dfrac{\lambda}{\lambda_c}$. Ecrire l 'équation différentielle du mouvement en fonction de ω_0 et α

d)- Dans le cas où $\alpha = 1$, donner l'expression de la solution générale de l'équation. En utilisant les conditions initiales, exprimer cette solution en fonction de x_0, ω_0 et t. Donner l'allure du graphe représentant x en fonction du temps.

2)- Utilisation d'un accéléromètre :

Le dispositif précédent est placé dans un véhicule mobile, où il est soumis à une accélération $\vec{\Gamma} = \Gamma \cdot \vec{u}_x$. Ecrire la nouvelle équation différentielle dans le référentiel lié au bâti du dispositif. (Ce référentiel n'est pas galiléen).

On soumet le dispositif à l'accélération $\vec{\Gamma}$ à l'instant initial, le ressort étant dans sa position d'équilibre sans vitesse initiale. Déterminer x(t) en fonction de Γ, ω_0 et t ; donner l 'allure du graphe donnant x en fonction de t. En déduire que la mesure de x à la fin du transitoire permet de déterminer l'accélération Γ.

Pourquoi est-il important de se placer au régime critique ?

On donne pour la suite les données numériques suivantes :

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ U.S.I ; charge élémentaire : e = 1,6.10}^{-19}\text{ C ;}$$

masse de l'électron : $0,9.10^{-30}$ kg

PARTIE 2 : OSCILLATIONS D'UN ELECTRON ATOMIQUE

Pour rendre compte du comportement de la matière vis à vis d'un champ électrique, Thomson a proposé un modèle appelé modèle de l'électron élastiquement lié.

On négligera dans la suite toute action de la pesanteur.

L'atome est représenté par une sphère(Σ) de centre O et de rayon R, portant la charge e uniformément répartie en volume, associée à un électron de masse m et de charge –e, astreint à se déplacer à l'intérieur de la sphère précédente.

1)- Déterminer le champ électrique créé par la sphère (Σ) en tout point M placé à la distance r de O, à l'intérieur ou à l'extérieur de la sphère.

2) Déterminer le potentiel électrique en tout point, sachant que ce potentiel est conventionnellement nul à l'infini.

3)- Le potentiel en O est $V_0 = 16$ Volts. En déduire la valeur numérique du rayon R de la sphère.

4)- L'électron est abandonné sans vitesse initiale à la distance $r_0 < R$ de O. Ecrire l'équation différentielle de son mouvement, et donner l'expression de la pulsation ω_0 de ce mouvement.

5)- Application numérique : déterminer la valeur numérique de ω_0.

6)- Le milieu étudié est contient par unité de volume N atomes identiques au précédent, contenant donc chacun un électron élastiquement lié, avec la pulsation propre ω_0.

On applique à ce milieu un champ électrique sinusoïdal de représentation complexe :

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cdot e^{i\omega t}$$

a)- Ecrire la nouvelle équation différentielle du mouvement de l'électron ;

b)- En régime forcé, donner l'expression de la représentation complexe $\underline{\vec{v}}$ de la vitesse de l'électron en fonction de ω, ω_0, e, m et $\vec{E}$.

c)- En déduire la densité de courant $\underline{\vec{j}}$ apparaissant dans le milieu. ; On l'exprimera en fonction de ω, ω_0, ε_0, $\vec{E}$ et de $\omega_p = \sqrt{\dfrac{Ne^2}{\varepsilon_0 \cdot m}}$. Donner également la conductivité $\sigma = \dfrac{\underline{j}}{\underline{E}}$ du milieu

PARTIE 3 : PROPAGATION D'UNE ONDE PLANE DANS UN MILIEU MATERIEL

Le milieu considéré a la permittivité et la perméabilité magnétique du vide. Sa conductivité électrique a l'expression σ précédemment déterminée. La charge volumique ρ est supposée constamment nulle. On fait propager dans ce milieu une onde plane monochromatique dont le vecteur champ électrique s'écrit :

1)- Dans ces hypothèses, écrire les équations de Maxwell.

2)- En déduire l'équation de propagation du champ électrique.

3)- On cherche pour cette équation une solution sous forme d'une onde plane monochromatique dont le vecteur champ électrique s'écrit :

$$\vec{E} = E_0 e^{i(\omega t - kz)} \cdot \vec{u}_x$$

Déterminer la relation de dispersion. On l'écrira sous la forme $k^2 = f(\omega^2)$.

4)- Déterminer $f(\omega^2)$ en fonction de ω_p, ω_0 et c, vitesse de la lumière dans le vide. Tracer la représentation graphique de k^2 en fonction de ω^2.

En déduire que l'onde peut se propager dans le milieu si $\omega < \omega_0$ ou $\omega > \sqrt{\omega_0^2 + \omega_p^2}$

5)- Lorsqu'on est dans les conditions de propagation, donner l'expression de la vitesse de phase de l'onde et de l'indice de réfraction n du milieu.

ω_0 a la valeur numérique déterminée précédemment. Comparer cette valeur aux pulsations d'une onde optique dans le visible. En considérant que $\omega << \omega_0$, montrer que l'indice de réfraction peut se mettre sous la forme :

$$n = \sqrt{A + \frac{B}{\lambda^2}}$$

et déterminer les expressions de A et B en fonction de c, ω_0, et ω_p.

On donne : $c = 3.10^8$ m.s^{-1} ;

Longueurs d'onde dans le vide :

Radiation rouge : $\lambda_R = 0,75$ µm.

Radiation violette : $\lambda_v = 0,4$ µm.