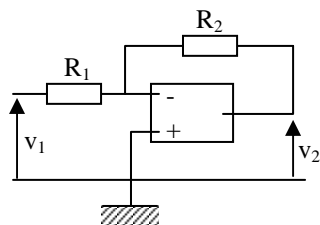


EPREUVE OPTIONNELLE de PHYSIQUE CORRIGE

Réalisation d'une tension modulée en amplitude

I- Premier montage :



1) L'A.O.P est parfait et en régime linéaire ; $\mathcal{E} = 0$, soit : $v_- = v_+$

+ est à la masse : $v_- = 0$

Le même courant i passe dans R_1 et R_2 :

$$i = \frac{v_1}{R_1} = -\frac{v_2}{R_2}$$

$$\frac{v_2}{v_1} = -\frac{R_2}{R_1}$$

$$H_0 = -\frac{R_2}{R_1}$$

$$G_0 = \frac{R_2}{R_1}$$

2) Le gain différentiel n'est plus infini : \mathcal{E} n'est plus nul

$$\mathcal{E} = -v_-$$

R_1 et R_2 sont toujours parcourues par le même courant i :

$$i = \frac{v_1 - v_-}{R_1} = \frac{v_- - v_2}{R_2}$$

$$v_- = \frac{\frac{v_1}{R_1} + \frac{v_2}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{R_2 v_1 + R_1 v_2}{R_1 + R_2}$$

(Les inconditionnels de Millmann peuvent écrire directement l'expression de v_-)

On a ainsi :

$$\mathcal{E} = -v_- = -\frac{R_2}{R_1 + R_2} v_1 - \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_2$$

En explicitant \mathcal{E} dans l'équation proposée, on obtient :

$$v_2 \left(1 + j \frac{\omega}{\omega_c} \right) = -\mu_0 \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_1 - \mu_0 \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_2$$

Soit :

$$H = \frac{v_2}{v_1} = \frac{-\mu_0 \frac{R_2}{R_1 + R_2}}{1 + \mu_0 \frac{R_1}{R_1 + R_2} + j \frac{\omega}{\omega_c}} \simeq \frac{-\mu_0 \frac{R_2}{R_1 + R_2}}{\mu_0 \frac{R_1}{R_1 + R_2} + j \frac{\omega}{\omega_c}} \text{ puisque } 1 \ll \mu_0 \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

On en déduit :

$$H = -\frac{\frac{R_2}{R_1}}{1 + j \frac{\omega}{\omega_c} \cdot \frac{R_1 + R_2}{\mu_0 R_1}}$$

Soit en introduisant $G_0 = \frac{R_2}{R_1}$:

$$H(j\omega) = \frac{-G_0}{1 + j \frac{\omega}{\omega_c} \cdot \frac{1 + G_0}{\mu_0}}$$

Expression qui s'identifie à l'expression proposée, soit :

$$H(j\omega) = \frac{-G_0}{1 + j \frac{\omega}{\omega'_c}}$$

à condition de poser : $\omega'_c = \omega_c \frac{\mu_0}{1 + G_0}$

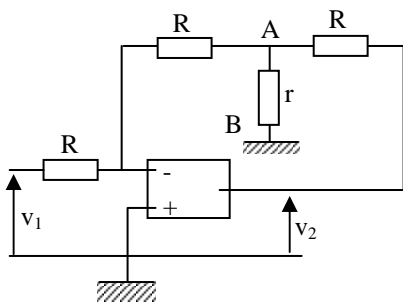
Si f' est la fréquence de coupure :

$$f'_c = f_c \frac{\mu_0}{1 + G_0} \quad \text{on veut avoir } f'_c = 10^4 \text{ Hz avec } f_c = 10 \text{ Hz} :$$

$$1 + G_{0 \max} = \mu_0 \cdot \frac{f_c}{f'_c} = 2 \cdot 10^2$$

$$G_{0 \max} = 199 \simeq 200$$

II- Second montage :



1) Le théorème de Millmann appliqué en A s'écrit :

$$v_A = \frac{\frac{v_2}{R}}{\frac{2}{R} + \frac{1}{r}}$$

Par ailleurs, le courant d'entrée i^- étant nul :

$$\frac{v_1}{R} = -\frac{v_A}{R} \quad \text{soit } v_A = -v_1$$

On en déduit :

$$v_1 = \frac{-\frac{1}{R}}{\frac{2}{R} + \frac{1}{r}} v_2 = -\frac{1}{2 + \frac{R}{r}} v_2$$

$$\boxed{H_1 = -\left(2 + \frac{R}{r}\right)} \quad \text{et} \quad \boxed{G_1 = 2 + \frac{R}{r}}$$

2)

a) En explicitant $r = \frac{r_0}{1 - \frac{v}{V_0}}$, on obtient :

$$\boxed{H_1 = -2 - \frac{R}{r_0} \left(1 - \frac{v}{V_0}\right)}$$

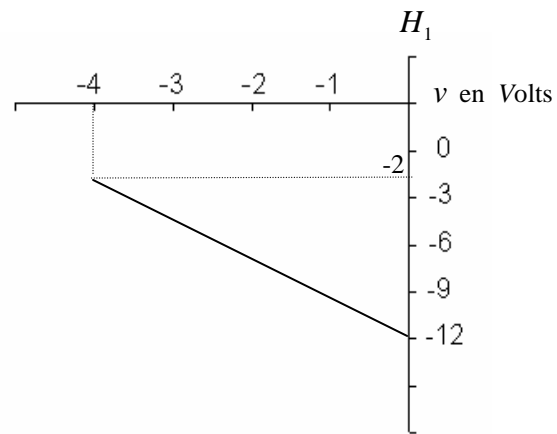
b) En utilisant les valeurs numériques, H_1 s'écrit :

$$H_1 = -2 - 10 \left(1 + \frac{v}{4}\right) \quad (v \text{ variant de } -4 \text{ V à } 0 \text{ V})$$

$$H_1 = -12 + \frac{|v|}{4} \cdot 10 \quad (|v| \text{ varie de } 0 \text{ à } 4 \text{ V})$$

$$v = -4\text{V} : H_1 = -2$$

$$v = 0\text{V} : H_1 = -12$$



3) a)

$$v = u_0 + u \cdot \sin(\omega_0 t)$$

D'après ce qui précède, v_2 s'écrit :

$$v_2 = V_1 \sin \Omega t \left[-2 - \frac{R}{r_0} \left(1 - \frac{u_0 + u \sin \omega_0 t}{V_0}\right) \right]$$

$$v_2 = \frac{V_1}{-2 - \frac{R}{r_0} + \frac{Ru_0}{r_0 V_0}} \left[1 + \frac{\frac{Ru}{r_0 V_0}}{-2 - \frac{R}{r_0} + \frac{Ru_0}{r_0 V_0}} \sin \omega_0 t \right] \sin \Omega t$$

$$\boxed{v_2 = \frac{r_0 V_0}{R(u_0 - V_0) - 2r_0 V_0} V_1 \left[1 + \frac{u}{u_0 - V_0 - 2\frac{r_0}{R} V_0} \sin \omega_0 t \right] \sin \Omega t}$$

$$m = \frac{u}{u_0 - V_0 - 2 \frac{r_0}{R} V_0}$$

$$m = \frac{1}{2,8}$$

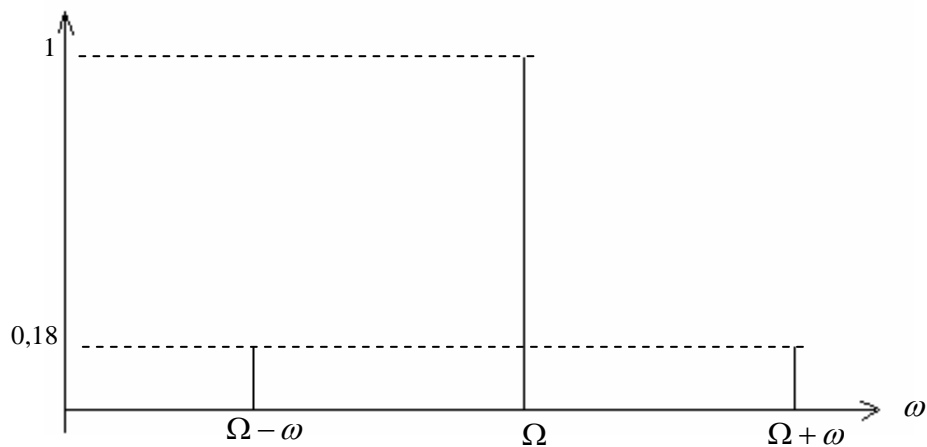
$$m = 0,357$$

$$b) v_2 = K \cdot \sin \Omega t + mK \cdot \sin \omega_0 t \cdot \sin \Omega t$$

On transforme le produit de sin en somme :

$$v_2 = K \cdot \sin \Omega t + \frac{m}{2} K \cdot \cos(\Omega - \omega_0)t - \frac{m}{2} K \cdot \cos(\Omega + \omega_0)t$$

avec $\frac{m}{2} \simeq 0,18$; on a donc un spectre de 3 fréquences :



Etude d'un four

1) a)

En régime permanent, l'équation de conservation se résume à :

$$\operatorname{div} \vec{J}_Q = 0$$

$$\text{avec } \vec{J}_Q = -\lambda \overrightarrow{\operatorname{grad} T} : \operatorname{div} \left(-\lambda \overrightarrow{\operatorname{grad} T} \right) = -\lambda \operatorname{div} \left(\overrightarrow{\operatorname{grad} T} \right) = -\lambda \Delta T$$

$$\text{soit : } \Delta T = 0$$

comme T ne dépend que de x :

$$\Delta T = \frac{d^2 T}{dx^2} = 0 \quad T = Ax + B$$

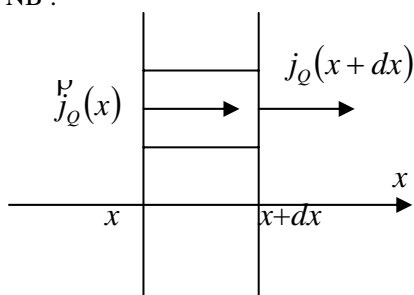
avec :

$$\text{- en } x=0 : T(0)=B$$

$$\text{- en } x=e : T(e)=Ae+B$$

$$\text{soit } T = \frac{T(e) - T(0)}{e} x + T(0)$$

NB :



On peut aussi faire le bilan simple sur 1 dimension : la tranche de section droite S et de généralité dx ne reçoit pas de chaleur :

$$[j_Q(x+dx) - j_Q(x)]S = 0 = S \cdot \frac{dj_Q}{dx} = 0$$

$$\text{Or, } j_Q = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}T} = -\lambda \frac{dT}{dx} \hat{u}_x \quad \frac{dj_Q}{dx} = \frac{d^2T}{dx^2} = 0$$

b) La puissance thermique Φ s'écrit, par définition :

$$\Phi = j_Q \cdot S \quad \text{avec } j_Q = -\lambda \frac{dT}{dx} \hat{u}_x \quad \text{et } S = S \hat{u}_x$$

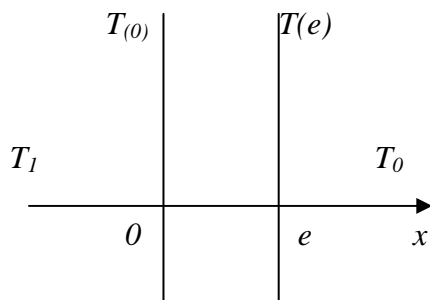
$$\Phi = -\lambda S \frac{dT}{dx} \quad \text{et d'après ce qui précède :}$$

$$\frac{dT}{dx} = \frac{T(e) - T(0)}{e}$$

$$\Phi = \lambda S \frac{T(0) - T(e)}{e}$$

$$R_1 = \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{e}{S}$$

2) a)



Le flux qui sort de la surface S de la paroi s'écrit, en $x=0$:

$$\Phi'(0) = h(T(0) - T_1)S$$

Et le flux $\Phi(0)$ qui se propage dans le sens des $x>0$:

$$\Phi(0) = -\Phi'(0)$$

$$\Phi(0) = hS(T_1 - T(0)) \quad \text{d'où : } R_2 = \frac{1}{hS}$$

en $x=e$, on a de même :

$$\Phi(e) = hS(T(e) - T_0) \quad R_2 = \frac{1}{hS}$$

b) C'est le même flux thermique qui traverse toute section droite S , quelle que soit son abscisse :

$$T_1 - T(0) = R_2 \Phi \quad T(0) - T(e) = R_1 \Phi \quad T(e) - T_0 = R_2 \Phi$$

On en déduit, en ajoutant les trois égalités membre à membre :

$$T_1 - T_0 = (2R_2 + R_1)\Phi$$

$$\text{Soit : } R = R_1 + 2R_2$$

3) Application numérique :

$$a) \quad R_1 = 0,293 \text{KW}^{-1}$$

$$R = 2,578 \text{KW}^{-1}$$

$$R_2 = 1,143 \text{KW}^{-1}$$

b) Le flux thermique Φ s'écrit :

$$\Phi = \frac{T_1 - T_0}{R} = \frac{T_1 - T(0)}{R_2} = \frac{T(e) - T_0}{R_2}$$

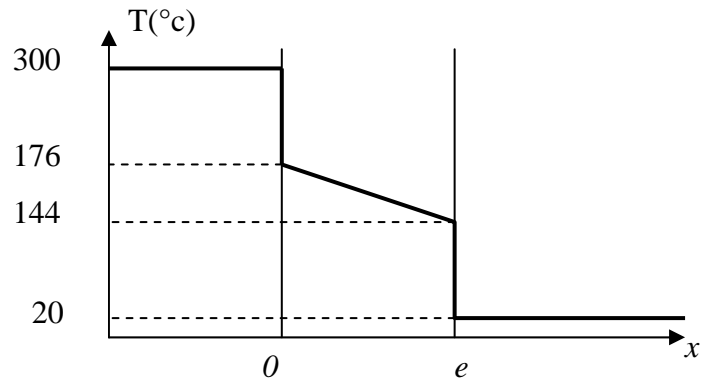
On en déduit :

$$\boxed{T(0) = T_1 - \frac{R_2}{R}(T_1 - T_0)}$$

$$\boxed{T(e) = T_0 + \frac{R_2}{R}(T_1 - T_0)}$$

$$T(0) \simeq 176^\circ\text{C}$$

$$T(e) \simeq 144^\circ\text{C}$$



Courbe $T(x)$ (non demandée)

4) a)

Pendant le temps dt , la température du four varie de dt_1 : il a donc reçu une quantité de chaleur Cdt_1 , qu'il reçoit :

- de la résistance électrique : $P_e dt$

- de la paroi de la porte : $-\Phi dt = -\frac{T_1 - T_0}{R} dt$

Le bilan s'écrit donc :

$$CdT_1 = P_e dt - \frac{1}{R}(T_1 - T_0)dt$$

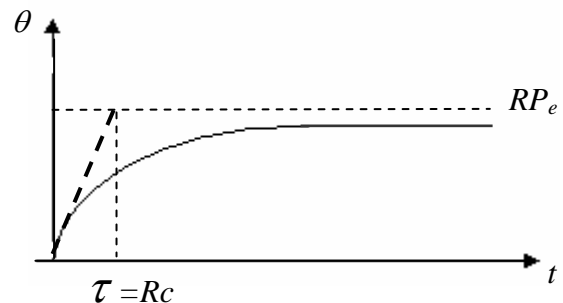
$$C \frac{dT_1}{dt} + \frac{1}{R}(T_1 - T_0) = P_e \quad \text{soit, avec } T_1 - T_0 = \theta :$$

$$\boxed{C \frac{d\theta}{dt} + \frac{\theta}{R} = P_e}$$

b) En intégrant, on obtient :

$$\theta = Ae^{-\frac{t}{Rc}} + RP_e \quad \text{à } t=0, \quad \theta = 0 \quad A = -RP_e$$

$$\theta = RP_e \left(1 - e^{-\frac{t}{Rc}} \right)$$



c) Au temps t_1 recherché, $\theta = \theta_1 = 280^\circ\text{C}$:

$$e^{-\frac{t_1}{RC}} = 1 - \frac{\theta_1}{RP_e} \quad t_1 = RC \ln \left(\frac{1}{1 - \frac{\theta_1}{RP_e}} \right)$$

$$\boxed{t_1 = 24,7 \text{ ms}}$$