

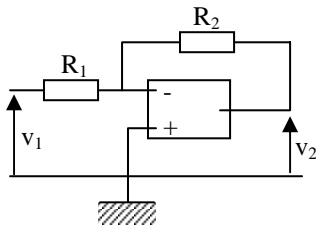
EPREUVE OPTIONNELLE de PHYSIQUE

I- Réalisation d'une tension modulée en amplitude

Dans tout le problème, les représentations complexes des grandeurs électriques seront soulignées.

Dans tout le problème, les courants d'entrée de l'amplificateur opérationnel i_+ et i_- seront considérés comme nuls, et on supposera que l'amplificateur opérationnel fonctionne toujours en régime linéaire.

I- Premier montage:



On se propose d'étudier le montage ci-contre, de tension d'entrée v_1 et de tension de sortie v_2 .

1)- L'amplificateur opérationnel a un gain différentiel infini, c'est à dire qu'en régime linéaire, la différence de potentiel $\varepsilon = v_+ - v_-$ entre les entrées + et - de l'amplificateur opérationnel est nulle.

Donner alors l'expression de la fonction de transfert $\underline{H}_0 = \frac{v_2}{v_1}$, ainsi

que le gain en tension du montage: $G_0 = |\underline{H}_0|$.

2)- Le gain différentiel n'est plus infini: la relation entre ε et la tension de sortie s'écrit:

$$\underline{v}_2 \cdot \left(1 + j \frac{\omega}{\omega_c} \right) = \mu_0 \cdot \varepsilon$$

où μ_0 et ω_c sont des constantes caractéristiques de l'amplificateur opérationnel.

a)- Exprimer ε en fonction de R_1 , R_2 , v_1 et v_2 .

b)- En déduire la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega)$ du montage.

c)- On donne $\mu_0 = 2 \cdot 10^5$; par ailleurs, la valeur des résistances est choisie de telle sorte que

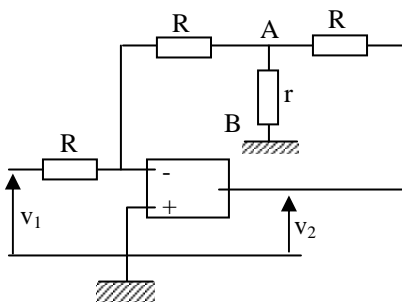
$\mu_0 \frac{R_1}{R_1 + R_2} \gg 1$. Mettre alors la fonction de transfert sous la forme approchée:

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{-G_0}{1 + j \frac{\omega}{\omega'_c}}$$

et exprimer ω'_c en fonction de μ_0 , ω_c et G_0 .

d)- On donne $f_c = \frac{\omega_c}{2\pi} = 10$ Hz. Calculer le gain maximum G_{0max} que l'on peut fixer si on veut que la fréquence de coupure du montage soit de 10 kHz.

II- Second montage:



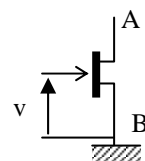
L'amplificateur opérationnel est à nouveau parfait, de gain différentiel infini et fonctionne toujours en régime linéaire.

1)- Exprimer la fonction de transfert \underline{H}_1 du montage, ainsi que le gain $G_1 = |\underline{H}_1|$, en fonction de r et de R .

2)- Le dipôle AB, représenté ici par la résistance r est en fait un transistor à effet de champ:

Dans certaines conditions de fonctionnement, supposées réalisées ici, le dipôle AB est équivalent à une résistance ohmique entre A et B, dont la valeur dépend de v :

$$r = \frac{r_0}{1 - \frac{v}{V_0}} \text{ avec } V_0 < v < 0.$$



V_0 et r_0 sont des caractéristiques du circuit: pour les applications numériques, on prendra;

$$V_0 = -4 \text{ V} ; r_0 = 150 \Omega ; R = 1500 \Omega.$$

a)- Exprimer la fonction de transfert H_1 du montage en fonction de R , r_0 , V_0 et v .

b)- Tracer le graphe de la fonction $H_1(v)$.

3)- Le montage est maintenant alimenté par la tension $v_1 = V_1 \cdot \sin(\Omega t)$; la tension de commande du dipôle AB est de la forme: $v = U_0 + U \cdot \sin(\omega_0 t)$.

On donne $F = \frac{\Omega}{2\pi} = 5000 \text{ Hz}$, et $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = 500 \text{ Hz}$.

a)- Montrer que la tension de sortie peut s'écrire sous la forme:

$$v_2 = K \cdot [1 + m \cdot \sin(\omega_0 t)] \cdot \sin(\Omega t)$$

et donner l'expression du taux de modulation m . Préciser la valeur numérique de m si $U_0 = -2 \text{ V}$, et $U = 1 \text{ V}$.

b)- Déterminer le spectre en fréquence de la tension $v_2(t)$.

II- Etude d'un four

On rappelle l'expression de la loi de Fourier, donnant le vecteur densité de flux thermique \vec{J}_Q dans un milieu, en fonction de sa conductivité thermique λ et du gradient de température:

$$\vec{J}_Q = -\lambda \cdot \overrightarrow{\text{grad}T}$$

On considère un milieu matériel solide limité par les deux plans $x = 0$ et $x = e$, de conductivité thermique λ . La température en tout point du milieu est notée $T(x)$, et ne dépend pas du temps (on est en régime permanent).

1)- a)- Etablir l'expression de la température en fonction de x et des températures $T(0)$ et $T(e)$ aux limites du milieu.

b)- une portion de section S de ce milieu est traversée par une puissance thermique Φ . Exprimer Φ en fonction de S , λ , $T(0)$, $T(e)$ et e . En déduire l'expression de la résistance thermique R_1 de la section S de la paroi, définie par:

$$R_1 = \frac{T(0) - T(e)}{\Phi}$$

2)- La paroi solide sépare deux milieux fluides identiques. Loin de la paroi, ces fluides sont maintenus aux températures respectives T_1 pour $x < 0$ et T_0 pour $x > e$.

Les échanges thermiques par convection entre les milieux fluides et le solide sont caractérisés par une densité de flux thermique sortant du solide:

$$\varphi(0) = h \cdot (T(0) - T_1) \text{ en } x = 0$$

$$\varphi(e) = h \cdot (T(e) - T_0) \text{ en } x = e$$

a)- Par analogie avec la résistance thermique R_1 définie plus haut, montrer que chacun des échanges convectifs d'une section S peut se caractériser par une résistance thermique R_2 que l'on exprimera en fonction de S et de h .

b)- En déduire la résistance thermique d'une section S de l'ensemble, définie par:

$$R = \frac{T_1 - T_0}{\Phi}$$

3)- Application numérique: on donne:

$$e = 2 \text{ cm} ; \lambda = 0,78 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} ; h = 10 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1} ; S = 8,75 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2.$$

a)- Déterminer la valeur des deux résistances thermiques R_1 et R_2 , en précisant leur unité.

b)- Les deux milieux fluides sont maintenus aux températures $T_1 = 300 \text{ }^\circ\text{C}$ et $T_0 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$.

Déterminer les températures $T(0)$ et $T(e)$ aux limites de la paroi.

4)- On envisage un four domestique. Son étude relève de la modélisation précédente, dans la mesure où on considère qu'il est parfaitement isolé thermiquement de l'extérieur, sauf au niveau de la porte qui a les caractéristiques de la paroi étudiée précédemment, et pour laquelle on négligera les effets de bord.

Le four est alimenté par une résistance électrique fournissant la puissance $P_e = 1 \text{ kW}$. Au temps $t = 0$, le four est à la température $T_1(0) = T_0$. La température T_1 va maintenant varier au cours du temps, et on fait les hypothèses suivantes:

- La température est toujours uniforme à l'intérieur du four:
- La montée en température du four est suffisamment lente pour qu'on puisse encore appliquer les résultats établis en première partie, en particulier $T_1 - T_0 = R \cdot \Phi$.

La capacité thermique du four est $C = 5 \cdot 10^3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$.

- Etablir l'équation différentielle donnant $\theta = T_1 - T_0$ en fonction du temps.
- En déduire la loi donnant θ en fonction de t compte tenu des conditions initiales. Tracer l'allure de la courbe $\theta(t)$.
- Au bout de combien de temps la température de 300°C est-elle atteinte ?