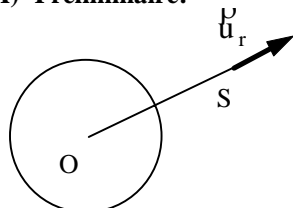


EPREUVE OPTIONNELLE de PHYSIQUE

L'objet de cette épreuve est d'aborder quelques aspects simples des problèmes liés au système G.P.S de repérage par satellite. Le premier exercice aborde le problème des satellites, et le second, celui de la propagation des ondes électromagnétiques entre le satellite et la surface de la terre.

Premier exercice:

A)- Préliminaire:



Le référentiel terrestre est considéré comme galiléen, et la terre, comme une sphère de centre O et de rayon R. Sa masse volumique présente la symétrie sphérique, et sa masse totale est M. Un satellite quasi ponctuel S, de masse m évolue à une distance r du centre de la terre et à une altitude h ($h + R = r$)

Dans tout le problème, on utilisera les valeurs numériques suivantes:

Rayon terrestre: $R = 6400$ km.

Intensité de la pesanteur à la surface de la terre: $g_0 = 9,81$ m.s⁻².

- 1)- Exprimer la force gravitationnelle à laquelle il est soumis, en fonction de m, R, h et de g_0 .
- 2)- Le satellite étant soumis à la seule force gravitationnelle exercée par la terre, montrer:
 - a)- Que son mouvement est plan.
 - b)- Qu'il s'effectue suivant la loi des aires.

B)- Orbite géostationnaire:

- 1)- Le satellite a un mouvement circulaire de rayon r à l'altitude h.
 - a)- Déterminer sa vitesse v en fonction de h, R et g_0 .
 - b)- En déduire sa période T et son énergie mécanique totale en fonction de h, R et g_0 .
 - c)- On veut que le satellite soit géostationnaire. Déterminer numériquement son altitude h_g , ainsi que sa vitesse orbitale v_g . Préciser quel est alors le plan de la trajectoire.
- 2)- Zones de visibilité:
 - a)- Déterminer la latitude maximum d'où un satellite géostationnaire est visible à la surface de la terre.
 - b)- En fait, à cause des perturbations apportées par l'atmosphère terrestre, un satellite n'est utilisable pour le repérage que s'il est à au moins 5° au dessus de l'horizon. Déterminer la nouvelle latitude maximum de visibilité.
 - c)- Pour le repérage, on utilise en fait des satellites d'orbite quasi circulaire de période T_0 égale à 12 heures. Déterminer leur altitude h_0 .

C)- Lancement du satellite:

On ne tiendra pas compte de l'effet de l'atmosphère terrestre.

Le satellite est lancé depuis la surface de la terre avec une vitesse initiale $v_1 = 4$ km/s, et un angle de tir α (angle de la vitesse initiale avec l'horizontale au point de tir) de telle manière que l'apogée de la trajectoire soit à une altitude $h_A = 300$ km. On désignera alors par r_A sa distance au centre de la terre.

- 1)- Déterminer l'expression de l'énergie mécanique du satellite.
En déduire sa vitesse v_A à l'apogée, ainsi que l'angle de tir α .
- 2)- Déterminer le paramètre p et l'excentricité e de l'ellipse.
- 3)- A l'apogée, on communique au satellite, de façon quasi instantanée, une vitesse supplémentaire tangente à la trajectoire pour effectuer une mise sur orbite circulaire de rayon r_A à la vitesse v_1 . Déterminer v_1 et la vitesse supplémentaire Δv_1 à communiquer.
- 4)- Après un demi tour en orbite circulaire basse, on porte, de manière quasi instantanée, la vitesse du satellite à la valeur v_t , toujours tangente à la trajectoire, pour placer le satellite sur une nouvelle orbite elliptique dont l'apogée est h_1 . Déterminer v_t , ainsi que la vitesse v'_t à laquelle le satellite arrive à l'altitude h_1 . (Il est recommandé, pour ce dernier calcul, d'utiliser la loi des aires.)

Deuxième exercice:

Les satellites émettent des ondes électromagnétiques qui se propagent vers la terre. Cette dernière est entourée, entre les altitudes de 60 et 300 km par des particules ionisées qui constituent l'ionosphère: cette dernière est constituée essentiellement de N protons par unité de volume, de charge +e et de masse m_i , et de N électrons par unité de volume, de masse m_e et de charge -e. N est variable, suivant l'altitude et dans le temps. On considérera dans notre modèle d'étude que N est constant et égal à 10^6 particules par centimètre cube. A cette faible concentration, on pourra négliger toute interaction entre protons et électrons.

On négligera par ailleurs toute force gravitationnelle. A chaque instant, la charge volumique totale du milieu est nulle.

Une onde électromagnétique plane et polarisée rectilignement se propage dans le milieu: le champ électromagnétique de cette onde s'écrit:

$$\begin{aligned}\vec{E} &= E_0 \cdot e^{i(\omega t - kx)} \cdot \vec{u}_z \\ \vec{B} &= \vec{B}_0 \cdot e^{i(\omega t - kx)}\end{aligned}$$

avec $\vec{k} = k \cdot \vec{u}_x$.

On négligera l'action du champ magnétique de l'onde sur les charges.

On donne les valeurs numériques suivantes:

$$\text{charge élémentaire: } e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} ; m_e = 0,91 \cdot 10^{-30} \text{ kg} ; m_i = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg. } \epsilon_0 = \frac{1}{36 \cdot \pi \cdot 10^9}$$

- 1)- Ecrire en notation complexe les équations du mouvement forcé des électrons et des protons. En déduire l'expression des vitesses \vec{V}_e et \vec{V}_i d'un électron et d'un ion.
- 2)- Du fait de ces mouvements forcés, il apparaît dans le milieu une densité de courant \vec{j} que l'on exprimera en fonction de m_i , m_e , N, e et ω . Donner une expression simplifiée de \vec{j} en considérant que $m_i \gg m_e$. On conservera cette expression par la suite.
- 3)- Exprimer la puissance volumique dissipée par effet Joule dans le milieu, et en donner la valeur moyenne: le résultat est-il cohérent avec les hypothèses de départ ?
- 4)- Ecrire les équations de Maxwell dans le milieu; en déduire l'équation aux dérivées partielles de propagation du champ électrique, puis l'équation de dispersion du milieu.

On pourra poser : $\omega_p^2 = \frac{Ne^2}{\epsilon_0 \cdot m_e}$. Montrer que, pour qu'une onde puisse se propager dans le milieu, il

faut que sa fréquence soit supérieure à une valeur limite f_0 dont on donnera l'expression et la valeur numérique. On supposera dans la suite que $f > f_0$.

- 5)- Exprimer, en fonction de f, f_0 et c la vitesse de phase v_ϕ , la vitesse de groupe v_g . En déduire l'indice de réfraction du milieu en fonction de ω et de ω_p .
- 6)- En supposant que le milieu ionosphérique est un milieu homogène, l'onde arrive du satellite émetteur sous

