EPREUVE OPTIONNELLE de PHYSIQUE
CORRIGE

Premier exercice :

I- 1°/ Equation d'état des gaz parfaits : $pV = n.RT$ avec n=$\frac{m}{M}$ et $\rho = \frac{m}{V}$

$$\boxed{\rho = \frac{Mp}{RT}}$$

2°/ $\vec{grad}(p) = \frac{dp}{dz}\vec{u}_z = -\rho.g\vec{u}_z$ $\qquad dp = -\rho.g.dz$

$dp = -\frac{Mp}{RT}dz$ avec $T = T_0 - az$: $\frac{dp}{p} = -\frac{M}{R}\frac{dz}{T_0 - az}$

On intègre de 0 a z :

$$\ln\frac{p(z)}{p_0} = \frac{Mg}{aR}\ln\left(\frac{T_0 - az}{T_0}\right)$$

$$\boxed{p = p_0\left[1 - \frac{az}{T_0}\right]^{\frac{Mg}{aR}}}$$

3°/ $\left(\frac{az}{T_0}\right)^2 = \left(\frac{21}{290}\right)^2 < 10^{-2}$.

En développant au premier ordre, on néglige les termes de l'ordre de 10^{-2} devant 1 :

$p \approx p_0\left[1 - \frac{Mg}{aR}\frac{az}{T_0}\right]$ $\qquad p \approx p_0 - p_0\frac{Mg}{RT_0}z$

On a bien $p = p_0 - Az$, avec $\boxed{A = \frac{p_0 Mg}{RT_0}}$

4°/ Az a la dimension d'une pression. A est en $Pa.m^{-1}$ en S.I

$$A = \frac{1{,}013.10^5 \times 29.10^{-3} \times 9{,}8}{8{,}314 \times 290}$$

$$\boxed{A = 11{,}94\,Pa.m^{-1}}$$

II- 1°/ La tension $V_A - V_B$ s'écrit : $V_A - V_B = (R_1 + R_2)I_1 = (R_3 + R_4)I_2$

$$I_2 = \frac{R_1 + R_2}{R_3 + R_4}I_1$$

Loi des noeuds : $I_1 + I_2 = I_0$

$I_1 = I_0\frac{R_3 + R_4}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}$ $\qquad I_2 = I_0\frac{R_1 + R_2}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}$

$V_C - V_D = (V_A - V_D) - (V_A - V_C)$

$$\boxed{V_C - V_D = I_0 \frac{R_2R_4 - R_1R_3}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}}$$

<u>**2°/**</u> $V_C - V_D = \frac{I_0}{4R_0}\left[R_0^2 + 2R_0\Delta R - (\Delta R)^2 - R_0^2 + 2R_0\Delta R - (\Delta R)^2\right]$

$$V_C - V_D = I_0\Delta R$$

$$\boxed{V_C - V_D = \alpha.R_0I_0p}$$

<u>**3°/**</u> A.N : Si $p = 1{,}013.10^5\,Pa$,

$$\boxed{V_C - V_D = 60{,}78mv}$$

<u>**I-/**</u> <u>**1°/**</u> Les A.O.P 1 et 2 sont des suiveurs. Ils ont des courants d'entrée pratiquement nuls, et servent a éviter que C et D ne débitent. $V_+ = V_- = V_{SORTIE}$

$$V_1 = V_D \qquad V_2 = V_C$$

<u>**2°/**</u> Pour l'A.O.P 3 on a :

$$\begin{cases} V_+ = \frac{R}{R+R'}V_C \\ V_- = \frac{\frac{V_0}{R'} + \frac{V_S}{R}}{\frac{1}{R'} + \frac{1}{R}} = \frac{RV_D + R'V_S}{R+R'} \end{cases}$$

(V+ : diviseur de tension ; V- : théorème de Millman)

L ' A.O.P est parfait et fonctionne en régime linéaire :

$V_+ = V_-$, soit : $\frac{R}{R+R'}V_C = \frac{RV_D + R'V_S}{R+R'}$

$$\boxed{V_S = \frac{R}{R'}(V_C - V_D)} \qquad \boxed{G = \frac{R}{R'}}$$

<u>**3°/**</u> $V_S = \frac{R}{R'}\alpha.R_0I_0p$ $\qquad K = \frac{R}{R'}\alpha.R_0I_0$

α est en $mbar^{-1}$. Si I_0 est en mA, V_S est en mV.

$\frac{R}{R'}\alpha.R_0I_0 = 1$ avec $I_0 = 10mA$ $\qquad \frac{R}{R'} = \frac{1}{\alpha.R_0I_0}$

$$\boxed{\frac{R}{R'} = \frac{1}{1{,}2.10^{-5} \times 500 \times 10} = 16{,}67}$$

<u>**4°/**</u> D'après ce qui précèdent,

$V = \frac{R_1}{R_1'}(V_0 - V_S)$ $\qquad V_S = Kp$, $V_0 = Kp_0$ avec K=1 si les tensions sont en mV et les pressions en mbar.

$V = \frac{R_1}{R_1'}K(p_0 - p) = \frac{R_1}{R_1'}KAz$ $\qquad \boxed{K' = \frac{R_1}{R_1'}KA}$

$\frac{R_1}{R_1'}KA = 1$ avec K=1 on obtient : $\frac{R_1}{R_1'} = \frac{1}{A}$ $\qquad A = 0{,}1194$

$$\boxed{\frac{R_1}{R_1'} = 8{,}38}$$

Deuxième exercice :

I- **1°/** Soit $\vec{u}_z$ l'axe du solénoïde. $\vec{B}_0$ est nul a l'extérieur du solénoïde, et uniforme a l'intérieur.

$$B_0 = \mu_0 \frac{N_1}{l} I$$

$$\boxed{B_0 = \mu_0 \frac{N_1}{l} I} \qquad \boxed{B_0 = 1{,}256.10^{-3}\,T}$$

2°/ **a)** $\vec{B}_1 = 10^2\, B_0$ $\qquad B_1 = 0{,}1256T$

$$B_1 = \mu_0 \frac{N_1}{l} I.\mu_r$$

Le flux a travers les N spires s'écrit :

$$\Phi = B_1.N_1 \frac{\pi.d^2}{4}$$ d = 3 cm étant le diamètre des spires.

$$L_1 = \frac{\Phi}{I} \qquad \boxed{L_1 = \mu_0.\mu_r.\frac{N_1^2}{l}\frac{\pi.d^2}{4}} \qquad \boxed{L_1 = 0{,}89H}$$

b) Soit (π) le plan méridien passant par M : une symétrie par rapport a (π) conserve M et change les sources de signes. Elle transforme donc $\vec{A}$ en $-\vec{A}$. $\vec{A}$, orthogonal a (π) s'écrit donc :
$\vec{A} = A(r)\vec{u}_\theta$.

La circulation de $\vec{A}$ sur une courbe fermée s'écrit :

$$\oint_r \vec{A}.\vec{dl} = \iint_S \vec{rot}\vec{A}.\vec{dS}$$ d'après le théorème de Stockes.

Soit, pour (r) un cercle d'axe $\vec{u}_z$ et de rayon r :

$$\oint_r \vec{A}.\vec{dl} = 2\pi.rA$$

$$\vec{rot}\vec{A} = \vec{B} \qquad 2\pi.rA = \iint_S B_1.d\vec{S}$$

- si r < R, (avec R = 1,5 cm, rayon des spires) :

$$2\pi.rA = \pi.r^2 B_1 \qquad \vec{A} = \frac{1}{2} r B_1 \vec{u}_\theta$$

$$\boxed{\vec{A} = \frac{\mu_0\mu_r.N_1 I r}{2l}\vec{u}_\theta}$$

- si r > R :

$$2\pi.rA = \pi.R^2 B_1 \qquad \vec{A} = \frac{R^2 B_1}{2r}$$

$$\boxed{\vec{A} = \frac{\mu_0\mu_r.N_1 I R^2}{2lr}\vec{u}_\theta}$$

3°/ **a)** A l'intérieur du noyau, il apparaît un champ induit :

$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \qquad \vec{E} = -\frac{\mu_0 \mu_r N\ r}{2l} \frac{dI}{dt} \vec{u}_\theta$$

qui donne naissance au courant : $\vec{j} = \sigma.\vec{E}$

$$\vec{j} = -\frac{\mu_0 \mu_r \sigma N r}{2l} \frac{dI}{dt} \vec{u}_\theta$$

$$\boxed{\vec{j} = -\frac{i\omega\mu.\mu_0\mu_r\sigma.Nr}{2l} I_0 \vec{u}_\theta}$$

b) La puissance moyenne dissipée par unité de volume s'écrit :

$$\frac{< dP >}{d\tau} = \frac{1}{2} \vec{j}.\vec{E}* = \frac{1}{2} \frac{\sigma.\omega^2 \mu_0{}^2 \mu_r{}^2 .N^2 r^2}{4l^2} I_0{}^2$$

$$d\tau = 2\pi.r.dr.l$$

$$< dP >= \frac{\sigma\omega^2 \mu_0{}^2 \mu_r{}^2 N^2 r^2}{8l^2} I_0{}^2 .2\pi.r.l.dr$$

$$< P >= \frac{\pi\sigma\omega^2 \mu_0{}^2 \mu_r{}^2 N^2 I_0^2}{4l} \int_0^R r^3 dr$$

$$\boxed{< P >= \frac{\pi\sigma\omega^2 \mu_0^2 \mu_r^2 N^2 I_0^2 R^4}{16l}}$$

c) On diminue P en employant des noyaux formes de feuillets séparés pas un isolant.

IV **1°/** $L_2 = \frac{L_1}{2}$ $\qquad \boxed{L_2 = 0{,}445H}$

$M = L_2$ $\qquad \boxed{M = 0{,}445H}$

2°/ On applique la loi des mailles aux deux circuits :

$$E = R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$$

$$0 = R_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt}$$

3°/ $L_1 = L_2 = L \qquad R_1 = R_2 = R$

Le système homogène s'écrit :

$$\begin{cases} Ri_1 + L\frac{di_1}{dt} + M\frac{di_2}{dt} = 0 \\ Ri_2 + L\frac{di_2}{dt} + M\frac{di_1}{dt} = 0 \end{cases}$$

a) En introduisant les solutions proposées, on obtient :

$$\begin{cases}(R+Lr)a_1 + Mra_2 = 0\\ Mra_1 + (R+Lr)a_2 = 0\end{cases}$$

Ce système homogène admet en général des solutions nulles sauf si le déterminant est nul, c'est a dire si :

$$(R+Lr)^2 - (Mr)^2 = 0$$

b) L'équation du second degré se décompose en deux équations :

$$\begin{cases}R+Lr+Mr=0\\ R+Lr-Mr=0\end{cases} \quad \text{de racines} \quad \boxed{\begin{cases}r' = -\dfrac{R}{L+M} = -\alpha\\ r'' = -\dfrac{R}{L-M} = -\beta\end{cases}}$$

r' est négative puisque M < L.

4°/ a) Les solutions du système s'écrivent :

$$i_1 = \frac{E}{R} + A_1 e^{-\alpha.t} + B_1 e^{-\beta.t} \qquad i_2 = A_2 e^{-\alpha.t} + B_2 e^{-\beta.t}$$

Le déterminant étant nul, les 2 équations sont liées.

On porte les valeurs de i_1 et i_2 dans l'une des deux :

$$RA_2 e^{-\alpha.t} + RB_2 e^{-\beta.t} - L\alpha.A_2 e^{-\alpha.t} - L\beta.B_2 e^{-\beta.t} - M\alpha.A_1 e^{-\alpha.t} - M\beta.B_1 e^{-\beta.t} = 0$$

On identifie a 0 les termes en $e^{-\alpha.t}$ et ceux en $e^{-\beta.t}$:

$$A_2 = \frac{M.}{R-L\alpha} A_1 \qquad B_2 = \frac{M\beta}{R-L\beta} B_1$$

Soit, en explicitant α et β :

$$\boxed{A_2 = A_1} \quad \text{et} \quad \boxed{B_2 = -B_1}$$

b) i_1 et i_2 s'écrivent donc :

$$\begin{cases}i_2 = A_1 e^{-\alpha.t} - B_1 e^{-\beta.t}\\ i_1 = \dfrac{E}{R} + A_1 e^{-\alpha.t} + B_1 e^{-\beta.t}\end{cases}$$

a t = 0, on a $i_1 = i_2 = 0$, soit : $\begin{cases}A_1 - B_1 = 0\\ A_1 + B_1 = \dfrac{E}{R}\end{cases}$

d'ou $\boxed{A_1 = B_1 = -\dfrac{E}{2R}}$

c) Les solutions s'écrivent donc :

$$\boxed{\begin{cases}i_1 = \dfrac{E}{R}\left(1 - \dfrac{1}{2}e^{-\alpha.t} - \dfrac{1}{2}e^{-\beta.t}\right)\\ i_2 = \dfrac{E}{2R}\left(e^{-\alpha.t} - e^{-\beta.t}\right)\end{cases}}$$