EPREUVE OPTIONNELLE de PHYSIQUE

Premier exercice :

I- L'atmosphère terrestre peut, entre 0 et 3000 mètres, être considérée comme un gaz parfait de masse molaire $M = 29$ g , en équilibre à l'altitude z à la température :

$$T(z) = T_0 - az$$

où T_0 est la température au niveau du sol (c'est à dire à l'altitude zéro), que l'on prendra égale à 290 K.
Toujours à l'altitude zéro, la pression est égale à $p_0 = 1{,}013.10^5$ Pa.
Le coefficient de température a a pour valeur numérique :

$$a = 7.10^{-3}\ \mathrm{K.m^{-1}}$$

Soit $\vec{u}_z$ le vecteur unitaire de la verticale ascendante. Le champ de pesanteur $\vec{g} = -g\cdot\vec{u}_z$ peut être considéré comme uniforme dans le domaine d'étude : on prendra $g = 9{,}8\ \mathrm{m.s^{-2}}$. Le référentiel terrestre sera considéré comme galiléen : dans ces conditions, l'atmosphère est en équilibre à la pression p telle que :

$$\overrightarrow{\mathrm{grad}}(p) = \rho\cdot\vec{g}$$, où ρ est la masse volumique de l'air atmosphérique.

1)- Déterminer la masse volumique ρ en fonction de M, p, T et de la constante molaire R des gaz parfaits que l'on prendra égale à $8{,}314\ \mathrm{J.K^{-1}}$.
2)- En déduire l'expression de la pression p en fonction de l'altitude z.
3)- Vérifier que, dans le domaine d'altitude utilisé, $\left(\frac{az}{T_0}\right)^2 << 1$. En effectuant un développement limité au premier ordre, montrer que la pression p peut s'écrire sous la forme :

$$p = p_0 - Az$$

et déterminer A en fonction de M, R, T_0, p_0 et g.
4)- Les pressions étant en millibar et les altitudes en m, déterminer la valeur numérique de A et préciser son unité. On rappelle que 1 mbar = 100 Pa.

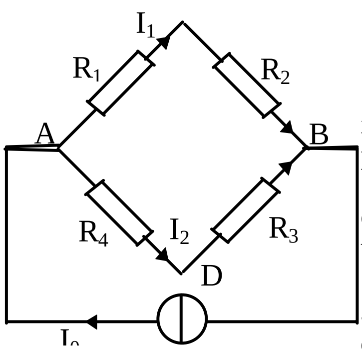
II- Pour mesurer la pression atmosphérique, on utilise un capteur fait d'une membrane déformable sur laquelle on a déposé par diffusion quatre résistances. Lorsque la membrane est au repos, les quatre résistances ont la même valeur numérique :

$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_0 = 500\ \Omega.$$

Lorsque la membrane est déformée sous l'action d'une pression, les quatre résistances prennent les valeurs :
$R_1 = R_0 + \Delta R_1$; $R_2 = R_0 + \Delta R_2$; $R_3 = R_0 + \Delta R_3$; $R_4 = R_0 + \Delta R_4$, avec $\Delta R_2 = \Delta R_4 = -\Delta R_3 = -\Delta R_1 = \Delta R$.

ΔR est positif, et $\Delta R << R_0$. ΔR est proportionnel à p. Le constructeur donne : $\frac{\Delta R}{R_0} = \alpha\cdot p$, avec

C

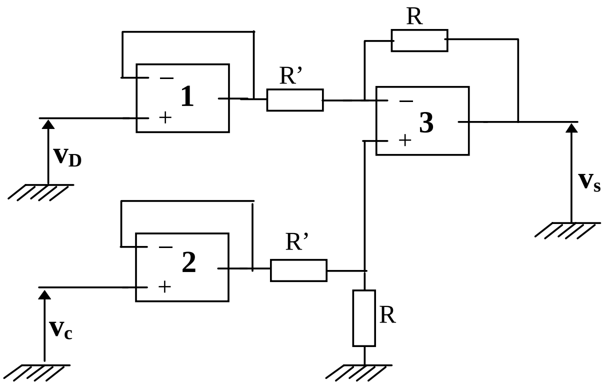


$\alpha = 1{,}2.10^{-5}\ \mathrm{millibar^{-1}}$.
Les quatre résistances sont montées en pont de Wheatstone selon le schéma indiqué ci-contre. Le pont est alimenté entre les points A et B par une source parfaite de courant constant $I_0 = 10$ mA
1)- Les connections C et D ne débitant pas de courant sur un circuit extérieur, déterminer la tension $v_C - v_D$ en fonction de I_0 et des résistances R_1, R_2, R_3 et R_4.

2)- Exprimer cette même tension en fonction de ΔR et de I_0, puis en fonction de R_0, α, I_0 et p

3)- Application numérique : Quelle est la différence de potentiel entre C et D lorsque le capteur est soumis à la pression p_0 ?

III- .Pour déterminer v_C - v_D , on utilise le montage électronique représenté ci-contre. Les amplificateurs opérationnels utilisés sont supposés parfaits et fonctionnant en régime linéaire, c'est à dire que :

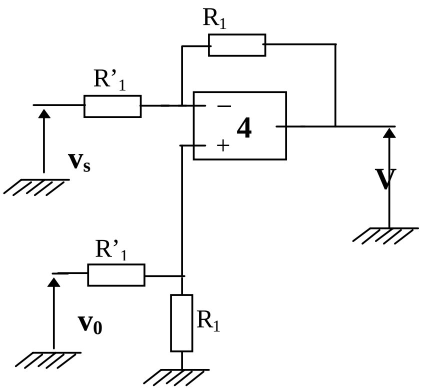


- Les courants d'entrée sur les bornes + et - sont nuls.
- Les tensions v_+ et v_- sont égales.
- La sortie des amplificateurs opérationnels se comporte comme une source de tension parfaite.

1)- Quel est le rôle des amplificateurs opérationnels 1 et 2 ? A quoi sont égales les tensions v_1 et v_2 de sortie de ces amplificateurs opérationnels ?

2)- Montrer que $v_s = G.(v_1 - v_2)$ et déterminer G en fonction de R et R'.

3)- Exprimer v_s sous la forme $v_s = K.p$. Exprimer K en fonction de R, R', α, R_0 et I_0 Application numérique : Quelle valeur faut-il donner au rapport $\frac{R}{R'}$ pour que le coefficient K soit égal à1 mV/mbar ?



4)- On applique alors sur un quatrième amplificateur opérationnel la tension v_s et la tension de référence V_0 = 1013 mV. Exprimer la tension V sous la forme V = K'.z Comment choisir le rapport $\frac{R_1}{R'_1}$ pour que K' soit égal à 1mV/m ? Quel est l'intérêt d'un tel montage ?

<u>Deuxième exercice :</u>

I- Un solénoïde est constitué de N_1 = 1000 spires circulaires de rayon R = 1,5 cm, jointives, et enroulées sur une longueur l = 10 cm. Il est parcouru par un courant de 0.1 A.

1)- En considérant que la longueur l du bobinage est très grande devant le diamètre des spires, déterminer le champ $\vec{B}_0$ créé par le circuit ; Application numérique. On donne $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ S.

2)- Le bobinage est en fait enroulé sur un cylindre de fer doux de 3 cm de diamètre et 10 cm de longueur . D'un point de vue magnétique, on considérera que tout se passe comme dans le vide, à condition de remplacer μ_0 par $\mu_0.\mu_r$; μ_r, perméabilité magnétique du milieu sera prise égale à 100 dans les conditions d'utilisation.

a)- Déterminer le champ $\vec{B}_1$. En déduire l'expression de l'inductance propre L_1 du circuit. Application numérique.

b)- Déterminer l'expression du potentiel vecteur $\vec{A}_1$ créé en tout point par le solénoïde. Cette étude devra impérativement commencer par une étude soignée et détaillée des symétries du problème afin de déterminer la topographie du potentiel vecteur.

3)- Le noyau de fer a une conductivité électrique $\sigma = 10^7$ S.m^{-1}. Le solénoïde est maintenant parcouru par un courant sinusoïdal d'amplitude 0,5 A et de pulsation $\omega = 100.\pi$ rd.s^{-1} . Déterminer :

a)- L'expression de la densité $\vec{j}$ des courants de Foucault apparaissant dans le noyau de fer.

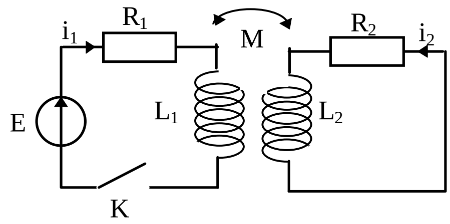
b)- L'expression de la puissance moyenne P dissipée par effet Joule dans tout le noyau. Application numérique.

c)- Comment, dans la pratique, diminue-t-on cette puissance perdue ? Dans la suite du problème, on considérera que l'on a supprimé cette perte de puissance.

II- On enroule sur le même noyau de fer un second solénoïde de même diamètre, de même longueur, mais ne comptant que $N_2 = 500$ spires jointives.

1)- déterminer l'inductance propre L_2 de ce solénoïde, ainsi que la mutuelle inductance M des deux circuits.

2)- On ferme le bobinage L_1 sur une source de tension de f.e.m E constante et sur une résistance R_1 en passant par un interrupteur K_1. Le bobinage L_2 est simplement fermé sur une résistance R_2.



i_1 et i_2 sont les courants passant à l'instant t dans les deux circuits a l'instant t = 0, le courant i_2 étant nul, on ferme l'interrupteur K_1.

a)- Déterminer les courants i_1 et i_2 juste après la fermeture de l'interrupteur, et au bout d'un temps infini.

b) Ecrire le système différentiel vérifié par i_1 et i_2.

3)- On se place maintenant dans le cas où $L_1 = L_2 = L$ et $R_1 = R_2 = R$, et on cherche pour le système différentiel homogène des solutions de la forme :

$$J_1 = a_1 \cdot e^{r \cdot t} \quad \text{et} \quad J_2 = a_2 \cdot e^{r \cdot t}$$

a)- Montrer que a_1 et a_2 sont différents de zéro si r est solution d'une équation du second degré que l'on explicitera.

b)- Montrer que cette équation admet deux racines négatives réelles $r' = -\alpha$ et $r'' = -\beta$ que l'on explicitera.

4)- On écrit alors la solution du système sous la forme :

$$i_1 = \frac{E}{R} + A_1 e^{-\alpha \cdot t} + B_1 e^{-\beta \cdot t} \quad \text{et} \quad i_2 = A_2 e^{-\alpha \cdot t} + B_2 e^{-\beta \cdot t}$$

a)- Déterminer A_2 et B_2 en fonction de A_1 et B_1.

b)- En utilisant les conditions initiales, déterminer A_1 et B_1 en fonction de E et R.

c)- En déduire les expressions de i_1 et i_2 en fonction du temps.

d)- Tracer l'allure des courbes donnant l'évolution de i_1 et i_2 en fonction du temps.