



# **CONCOURS D'ENTRÉE**

## **CYCLE INGENIEUR**

**OPTION : SCIENCES INDUSTRIELLES**

**Samedi 15 Avril 2017**

**Durée : 2 Heures**

# Concours EPITA - IPSA

## Epreuve de Sciences Industrielles pour l'Ingénieur

### Cuillère stabilisatrice

Durée : 2 heures

L'utilisation de calculatrices est autorisée.

La consultation de documents est interdite.

Le sujet comporte 9 pages.

#### Présentation

L'alimentation avec des couverts traditionnels pose des problèmes aux patients souffrants de la maladie de Parkinson. En effet, cette maladie est une maladie neurologique et chronique dégénérative et provoque entre autres des tremblements des membres supérieurs. Ces tremblements engendrent des difficultés à maintenir les aliments dans les couverts, et entraîne une perte d'autonomie des personnes touchées par cette maladie. Pour répondre à ce problème, des solutions de couverts stabilisateurs ont été trouvées. On peut citer par exemple la cuillère de LiftLab, dotée d'un manche motorisé et contrant les effets des tremblements.



Figure 1 : Cuillère anti-tremblements de LiftWare

Cette cuillère détecte les tremblements et les compense par des mouvements du manche, afin de se stabiliser et d'éviter de renverser son contenu. Elle est composée d'un manche et d'un support de couverts, liés l'un à l'autre autorisant deux degrés de libertés en rotation. Cette articulation est motorisée. Des accéléromètres situés dans le manche mesurent les mouvements de la main et permettent la commande des moteurs. Fonctionnant sur batterie et composée de deux parties, la cuillère est transportable partout et discrètement.



Figure 2 : Descriptif de la cuillère stabilisatrice

## Partie 1 : Justification du cahier des charges – Stabilité des aliments dans une cuillère

L'objectif de cette partie est de définir une accélération maximale permettant de garantir le maintien des aliments dans une cuillère, élaborant ainsi un élément du cahier des charges que doit vérifier la cuillère stabilisatrice.

### Mesure directe

On cherche ici à déterminer l'accélération que peut subir un aliment dans un couvert. Pour cela, on a attaché un accéléromètre sur la main d'un patient touché par la maladie de Parkinson (Voir Figure 3).

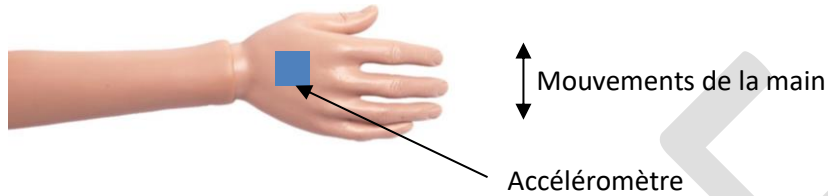


Figure 3 : Schéma de l'essai de mesure des tremblements verticaux.

Le résultat de l'essai est donné sur la Figure 4. Le tracé du haut montre une mesure sur 10 secondes et le tracé du bas est un zoom sur les deux premières secondes.

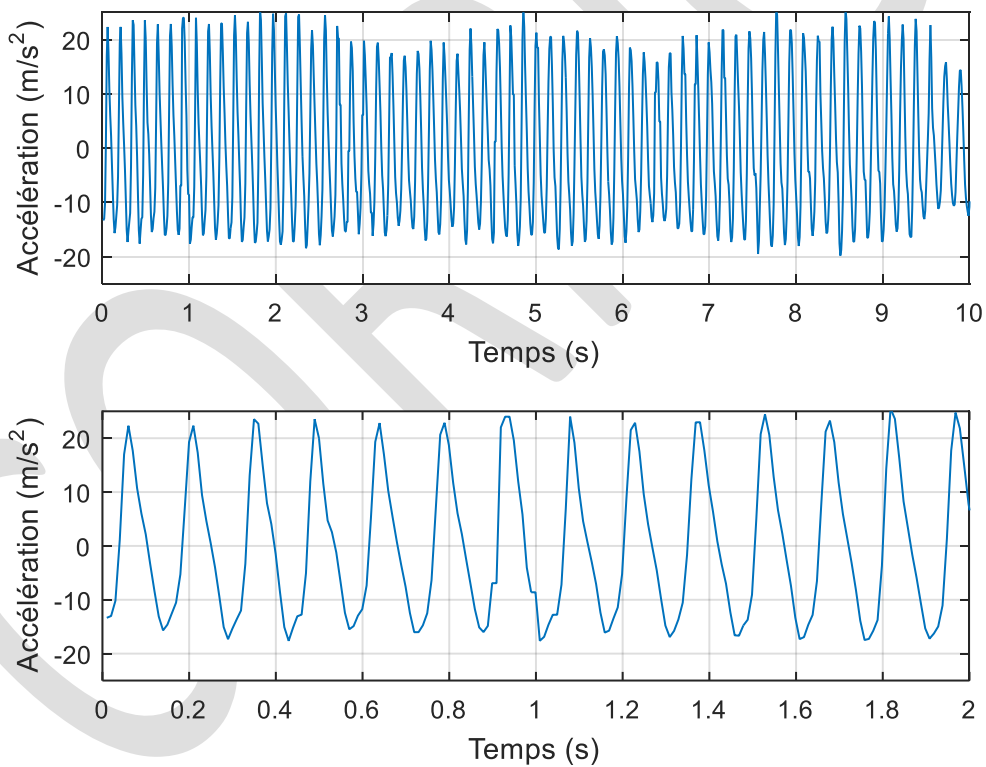


Figure 4 : Accélération mesurée. Zoom sur les deux premières secondes (en bas).

- Q1. Déterminer la norme de l'accélération maximale  $\gamma_{max}$  et la fréquence  $f_{max}$  du mouvement correspondante. En déduire la pulsation du mouvement  $\omega_{max}$ .

L'accélération maximale mesurée est de l'ordre de  $\gamma_{max} = 25 \text{ m/s}^2$  et la fréquence maximale de  $f_{max} = 7\text{Hz}$ , ce qui donne une pulsation maximale de  $\omega_{max} = 44 \text{ rad/s}$ .

Q2. Si le mouvement de la main était sinusoïdal, quelle serait la relation entre l'accélération maximale  $\gamma_{max}$ , la pulsation  $\omega_{max}$  et l'amplitude  $y_0$  ? Faire l'application numérique avec  $y_0 = 1\text{cm}$ . Comparer les résultats avec ceux de la question Q1. Que constate-t-on ?

Si le mouvement est sinusoïdal, on a  $\gamma_{max} = y_0 \cdot \omega_{max}^2 = 19.34\text{ m/s}^2$ . On retrouve les mêmes ordres de grandeur.

### Tremblements verticaux

On considère ici les tremblements verticaux. On cherche l'accélération maximale que ne doit pas dépasser la main pour que les aliments restent dans la cuillère. Pour cela, on considère une translation verticale de la cuillère.

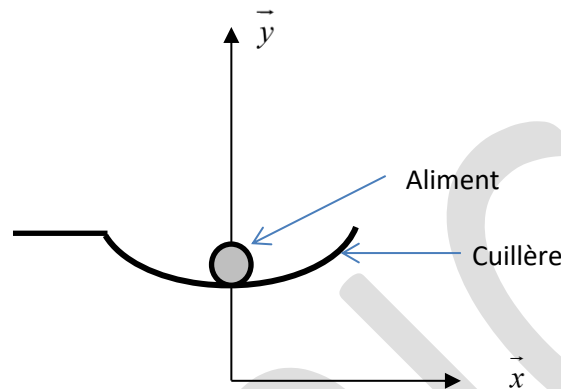


Figure 5 : Tremblements verticaux

On notera  $m_a$  la masse de l'aliment,  $\gamma_v$  l'accélération de la cuillère par rapport à la Terre supposée galiléenne,  $g = 10\text{m/s}^2$  l'accélération de la pesanteur.

On supposera que l'aliment reste en contact avec la cuillère.

Q3. Déterminer l'accélération verticale  $\gamma_v$  pour que l'aliment reste en contact avec la cuillère. Faire l'application numérique.

L'aliment est soumis à son poids et à l'action de la cuillère  $N$ . En appliquant le principe fondamental de la dynamique à l'aliment, on trouve  $m_a \cdot \gamma_v = -m_a \cdot g + N$ . Le cas limite de décollement est le cas où  $N = 0$ , ce qui induit que l'accélération limite pour le décollement est égale à  $-g$ .

### Tremblements horizontaux

On considère maintenant les tremblements horizontaux de la cuillère (suivant  $\vec{z}$ ). Pour cela on considère que la cuillère est en translation rectiligne suivant  $+\vec{z}$  et que les effets dynamiques se traduisent par un glissement de l'aliment suivant le côté opposé à l'accélération de la cuillère par rapport à la Terre. La cuillère est circulaire de rayon  $R = 2\text{cm}$  et de secteur angulaire  $2\theta$  avec  $\theta = 30^\circ$ .

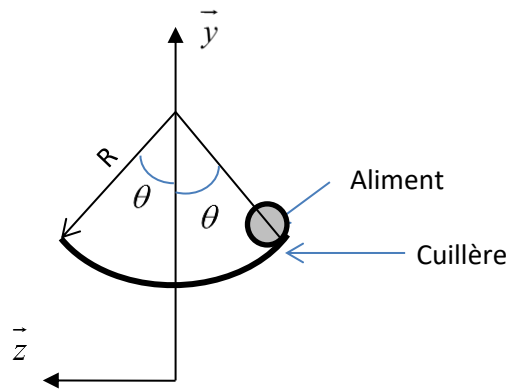


Figure 6 : Tremblements horizontaux

On supposera que l'aliment n'est soumis qu'à son poids et à l'action de la cuillère qui se fera avec frottement dont le coefficient sera pris égal à  $f = 0,1$ . On se placera à la limite du glissement.

Q4. Faire le bilan des actions mécaniques s'appliquant sur l'aliment et faire un croquis des forces.

Q5. Déterminer l'accélération maximale  $\gamma_h$  pour que l'aliment reste dans la cuillère. Faire l'application numérique.

Le PFD donne les deux équations scalaires suivantes : 
$$\begin{cases} -m_a \cdot g + N \cdot \cos \theta - f \cdot N \cdot \sin \theta = 0 \\ N \cdot \sin \theta + f \cdot N \cdot \cos \theta = m_a \cdot \gamma_h \end{cases}$$
, ce qui donne

$$\gamma_h = g \cdot \frac{\sin \theta + f \cdot \cos \theta}{\cos \theta - f \cdot \sin \theta}. \text{ On obtient } \gamma_h = 7 \text{ m/s}^2$$

Q6. En comparant les valeurs relevées à la question Q1 et calculées aux questions Q3 et Q5, justifier la nécessité d'une cuillère stabilisatrice pour les patients souffrant de la maladie de Parkinson.

L'accélération maximale de la main est de l'ordre de  $20 \text{ m/s}^2$ , et les aliments quittent la cuillère à partir de  $7 \text{ m/s}^2$ , ce qui justifie la nécessité de la cuillère stabilisatrice.

## Partie 2 : Modélisation de la cuillère stabilisatrice

L'objectif de cette partie est de proposer un modèle dynamique de la cuillère stabilisatrice et d'élaborer une loi de commande du moteur.

On modélise la cuillère stabilisatrice comme sur la Figure 7. Le manche 1 est en translation rectiligne par rapport à la Terre 0. La cuillère 2 est en liaison pivot d'axe  $(B, \vec{y})$  par rapport au manche 1.

Notations et hypothèses :

- G est le centre de gravité de la cuillère 2.
- L'accélération de la pesanteur est  $\vec{g} = -g \cdot \vec{y}$ .
- On paramètre la positions des différents points  $\vec{OA} = z \cdot \vec{z}$ ,  $\vec{AB} = a \cdot \vec{x}$ ,  $\vec{BM} = L \cdot \vec{x}_2$ ,  $\vec{BG} = b \cdot \vec{x}_2$ .
- On note  $m_c$  la masse de la cuillère et  $I_c$  le moment d'inertie de la cuillère autour de l'axe  $(B, \vec{y})$ .
- On fera l'hypothèse que l'angle  $\alpha = (\vec{x}, \vec{x}_2)$  est petit.
- Le mouvement du manche est dû au mouvement de la main et l'accélération de A dans le mouvement de 1 par rapport à 0 est notée  $\vec{\gamma}_{A,1/0} = \ddot{z} \cdot \vec{z}$ .

- Le moteur de l'articulation en B a son stator encastré sur le manche 1 et son rotor encastré sur la cuillère 2 et exerce un moment sur la cuillère 2 noté  $Cm.\vec{y}$ .

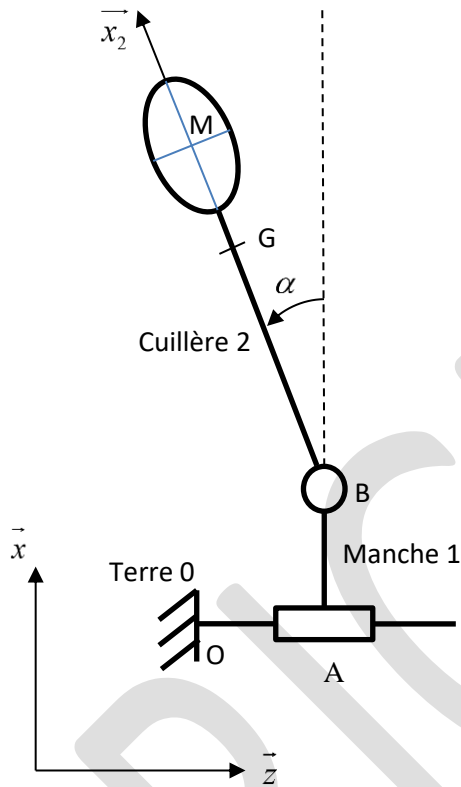


Figure 7 : Modèle de la cuillère

- Q7. Déterminer le torseur cinématique de la cuillère 2 dans son mouvement par rapport à 0 évalué en G en fonction de  $\alpha, z$  (et/ou leurs dérivées temporelles) et des constantes du problème.

$$V_{2/0} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \dot{\alpha} & 0 \\ 0 & \dot{z} - b.\dot{\alpha} \end{pmatrix}_G$$

- Q8. Déterminer le torseur cinétique de la cuillère 2 dans son mouvement par rapport à 0 évalué en B en fonction de  $\alpha, z$  (et/ou leurs dérivées temporelles) et des constantes du problème.

$$C_{2/0} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & I_c.\dot{\alpha} - m_c.b.\dot{z} \\ m_c.(z - b.\dot{\alpha}) & 0 \end{pmatrix}_B$$

- Q9. Déterminer le torseur dynamique de la cuillère 2 dans son mouvement par rapport à 0 évalué en B.

$$D_{2/0} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & I_c.\ddot{\alpha} - m_c.b.\ddot{z} \\ m_c.(z - b.\ddot{\alpha}) & 0 \end{pmatrix}_B$$

- Q10. Donner l'équation donnant le couple  $Cm$  en fonction de  $\ddot{\alpha}, \ddot{z}$  et des constantes du problème.

En appliquant le PFD en B, on obtient  $Cm = I_c \cdot \ddot{\alpha} - m_c \cdot b \cdot \ddot{z}$ .

Q11. Exprimer  $\overrightarrow{\gamma_{M,2/0}}$  l'accélération du point M dans le mouvement de 2 par rapport à 0 en fonction de  $\ddot{\alpha}$ ,  $\ddot{z}$  et des constantes du problème.

$$\overrightarrow{\gamma_{M,2/0}} = \left( \ddot{z} - L \cdot \ddot{\alpha} \right) \cdot \vec{z}$$

Q12. On souhaite que  $\overrightarrow{\gamma_{M,2/0}}$  soit nul. Déterminer  $\ddot{\alpha}$  en fonction de  $\ddot{z}$  et des constantes du problème.

$$\ddot{\alpha} = \frac{\ddot{z}}{L}$$

Q13. En déduire  $Cm$  en fonction de  $\ddot{z}$  et des constantes du problème.

$$Cm = \left( \frac{I_c}{L} - m_c \cdot b \right) \cdot \ddot{z}$$

## Conclusion : Vérification des performances

D'après les résultats de la partie 1, on souhaite que la cuillère atténue d'environ 70% l'accélération de la main, c'est-à-dire que l'accélération de l'aliment soit au maximum 30% de l'accélération de la main pour des fréquences allant de 0 à 7Hz.

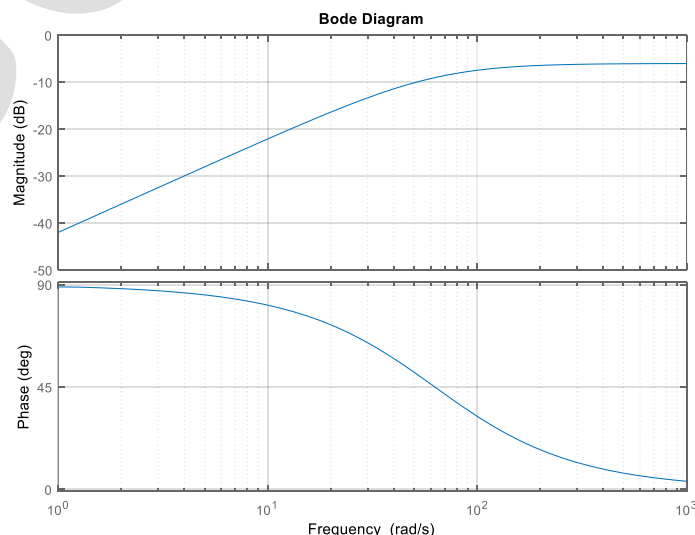
Un accéléromètre positionné dans le manche mesure  $\ddot{z}$ , on note  $\Gamma(p)$  sa transformée de Laplace. Des contraintes de cout et de masse embarquée ne permettent pas d'assurer la loi de comportement idéale trouvée à la question

Q13, le couple  $Cm$  est de la forme  $Cm(p) = \frac{K}{1+T \cdot p} \Gamma(p)$ , ce qui entraîne que l'accélération de l'aliment  $\gamma_{M,2/0}$

est de la forme  $\gamma_{M,2/0}(p) = \Gamma(p) \frac{K' \cdot T \cdot p}{1+T \cdot p}$  avec  $K' = 0,5$  (sans unité) et  $T = 0.016s$ .

Q14. Tracer le diagramme de Bode asymptotique en gain et l'allure du diagramme réel de la fonction de

transfert  $\frac{\gamma_{M,2/0}(p)}{\Gamma(p)}$  sur votre le document réponse.



Q15. Calculer le gain la fonction de transfert pour une fréquence de 7Hz. Conclure sur le respect ou non du cahier des charges.

Le gain pour une pulsation de  $7 \times 2\pi$  est de 0,286, ce qui correspond bien à une atténuation inférieure à 30%, le cahier des charges est vérifié.

On a fait un essai sur le système réel et on a mesuré les accélérations sur le manche et sur la cuillère. On a tracé sur la Figure 8 l'évolution de l'accélération mesurée par le manche l'accélération mesurée sur la cuillère par un accéléromètre.

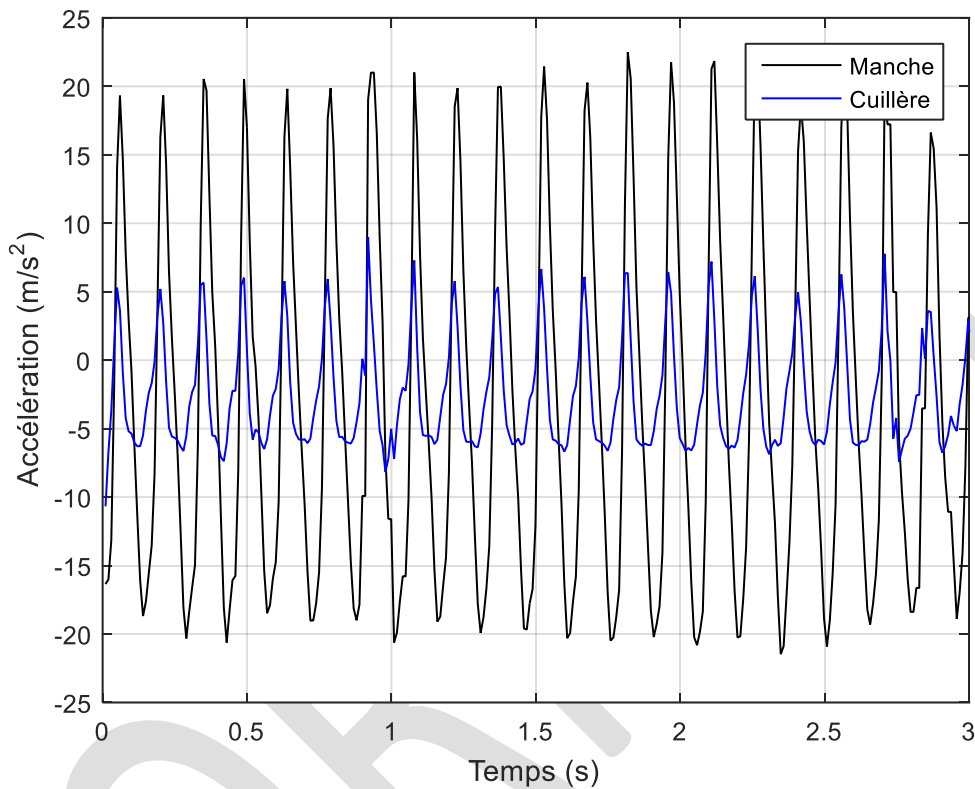


Figure 8 : Accélérations mesurées sur le système réel.

Q16. Conclure sur le respect du cahier des charges sur le système réel.



# Document réponse

Q14

