

# Concours Commun Epita – IPSA

## Le stabilisateur de camera Steadicam

Le stabilisateur de camera Steadicam (de l'anglais « steady camera » que l'on peut traduire par camera stable) est un dispositif utilisé pour des prises de vues par camera sur des tournages de films ou des retransmissions d'événements sportifs en travelling, c'est-à-dire que le cameraman marche en portant la camera. Ce dispositif permet des prises de vues fluides en dépit du caractère oscillatoire de la marche. Il remplace avantageusement en terme de coûts et d'infrastructures des systèmes de chariot sur rails.

Le système est constitué par un harnais, un bras isoélastique et un support de camera (Sled). Le cameraman attache le harnais sur son torse et guide la camera avec ses mains.



Figure 1: Cameraman équipé d'un steadicam

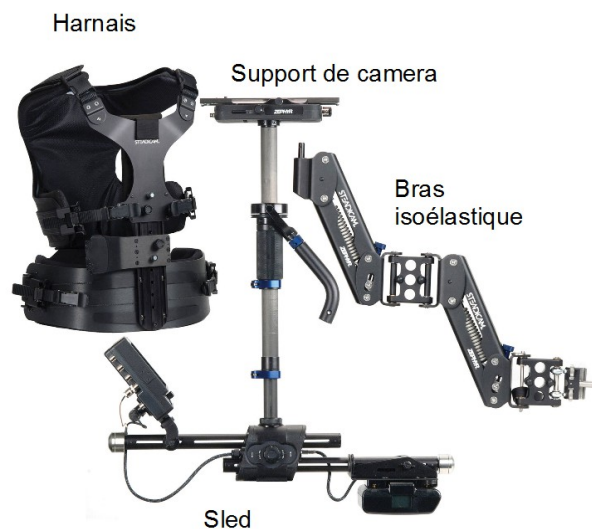


Figure 2: Constitution d'un steadicam

Le cahier des charges du steadicam peut être formulé suivant le tableau et les exigences ci-dessous :

Fonction	Critère	Niveau
F1 : Ne pas transmettre les oscillations verticales de la marche à la camera	Rapport de l'amplitude du mouvement de la camera par l'amplitude du mouvement du torse du cameraman lors de la marche et de la course	L'amplitude de déplacement vertical de la camera doit être au maximum de 1 cm pour un cameraman marchant à 1 Hz ou courant à 3Hz.
F2 : Doit pouvoir supporter la camera	Masse de la camera	15 kg
F3 : Être ergonomique	Encombrement : distance entre la camera et la tête du cameraman	20 cm maximum

## Modélisation et paramétrage

On considère ici un bras isoélastique. Le solide 0 est lié à la Terre. Le torse et le harnais sont symbolisés par le solide 1. Le bras isoélastique est constitué par les solides 2, 3 et 4. Les longueurs des barres 1, 2, 3 et 4 sont identiques 2 à 2. Ces barres sont liées par des liaisons d'axe parallèle à  $\vec{z}_0$  passant par les points A, B, C et D. Un ressort accroché à deux sommets extrêmes du bras A et D assure l'équilibrage du poids de la camera et contribue au filtrage des oscillations. On modélise le mouvement par rapport au sol par une liaison glissière de direction  $\vec{y}_0$ . Un ressort est accroché aux centres de liaison A et D.

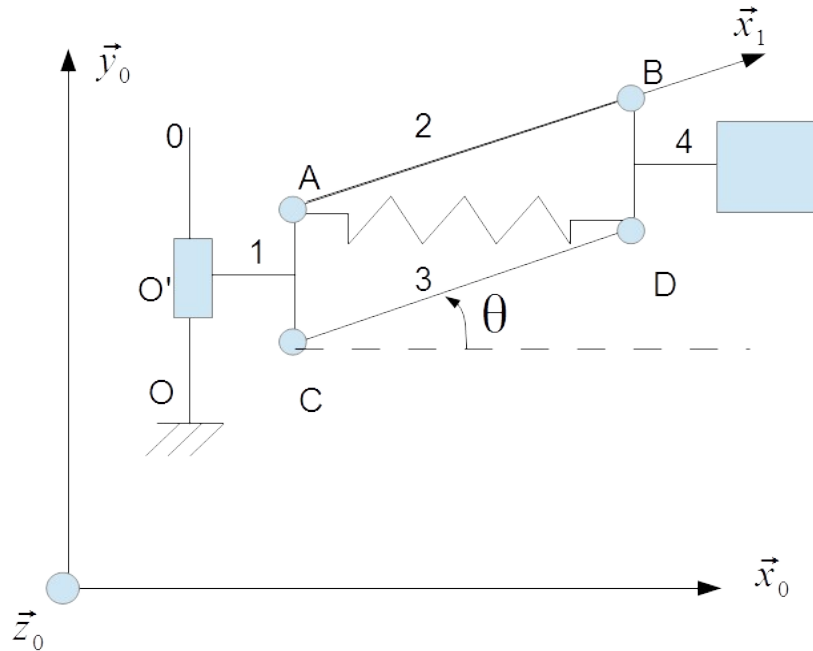


Figure 3: Schéma d'un bras isoélastique

On note :

- les dimensions  $AB=CD=a$  ,  $AC=BD=b$  ;
- le déplacement du point  $O'$  est paramétré par  $\overrightarrow{OO'}=y.\vec{y}_0$  .
- la masse du solide 4 est notée  $M$  ; Cette masse correspond à la masse de la camera.
- la masse des barres 2 et 3 sont notées  $m_b$  ;

Hypothèses :

- le référentiel lié au solide 0 est supposé galiléen ;
- les barres 2 et 3 sont supposées sans épaisseur ;

## Partie 1 : Critère relatif à la Fonction F3 - Dimensionnement du ressort

Objectif : On cherche dans cette partie à déterminer l'effort que doit appliquer le ressort dans un bras isoélastique pour que le bras supporte la camera.

1. Quel est le mouvement de la pièce 1 par rapport à la pièce 0 ? On demande de caractériser le mouvement avec le plus de précision possible.

Le mouvement de 1 par rapport à 0 est une translation dans la direction  $\vec{y}_0$ .

2. Quel est le mouvement de la pièce 4 par rapport à la pièce 1 ? On demande de caractériser le mouvement avec le plus de précision possible.

Le mouvement de 4 par rapport à 1 est une translation circulaire.

3. Déterminer le degré de mobilité du bras composé par les solides 0, 1, 2, 3 et 4. En déduire le degré d'hyperstatisme (dans le plan) de la structure composée par les solides 0, 1, 2, 3 et 4 (on ne prend pas en compte le ressort dans cette question). En déduire qu'une étude statique est possible.

Le système a 2 mobilités, 5 inconnues cinématiques, le degré d'hyperstatique est donc nul, une étude statique est possible.

Pour simplifier, on fera l'étude suivante pour  $\theta=0$  et on néglige les masses des barres  $m_b$  devant la masse de la camera  $M$ .

4. Faire une figure du bras dans la position  $\theta=0$ .
5. Déterminer l'effort de tension du ressort.

Les solides 2 et 3 sont soumis à deux glisseurs. Dans la position  $\theta=0$ , ces glisseurs sont dans la direction  $\vec{x}_0$ . En isolant le solide 4, on en déduit que l'effort du ressort vaut

$$F_{res} = \frac{M.g.\sqrt{a^2+b^2}}{b}$$

## Partie 2 : Modélisation dynamique du bras simplifié :

Objectif : L'objectif de cette partie est de réaliser un modèle dynamique du bras afin de vérifier le cahier des charges.

On considère que le bras isoélastique est constitué par une seule barre S de longueur  $MN=a$  en liaison pivot d'axe  $(O, \vec{z}_0)$  avec le harnais 1. S est considérée sans épaisseur et de masse  $2.m_b$ .

On considère que l'ensemble constitué par la camera et le sled est une masse ponctuelle de masse  $M$ . On peut donc considérer l'ensemble bras isoélastique, sled et camera comme un seul solide indéformable S.

On fait l'hypothèse qu'à l'équilibre, le bras est horizontal.

On note  $y_c(t)$  le déplacement de la camera par rapport à sa position à l'équilibre :  
 $y_c(t) = y(t) + \overrightarrow{MN} \cdot \vec{y}_0$ .

L'action du ressort est modélisée par un moment de rappel d'expression  $\vec{C}_r = -k_m \theta \vec{z}_0$  autour de l'axe  $(M, \vec{z}_0)$ .

L'influence des frottements dans la liaison entre 1 et S est modélisée par un moment  $\vec{C}_f = -f \cdot \dot{\theta} \vec{z}_0$

autour de l'axe  $(M, \vec{z}_0)$  .

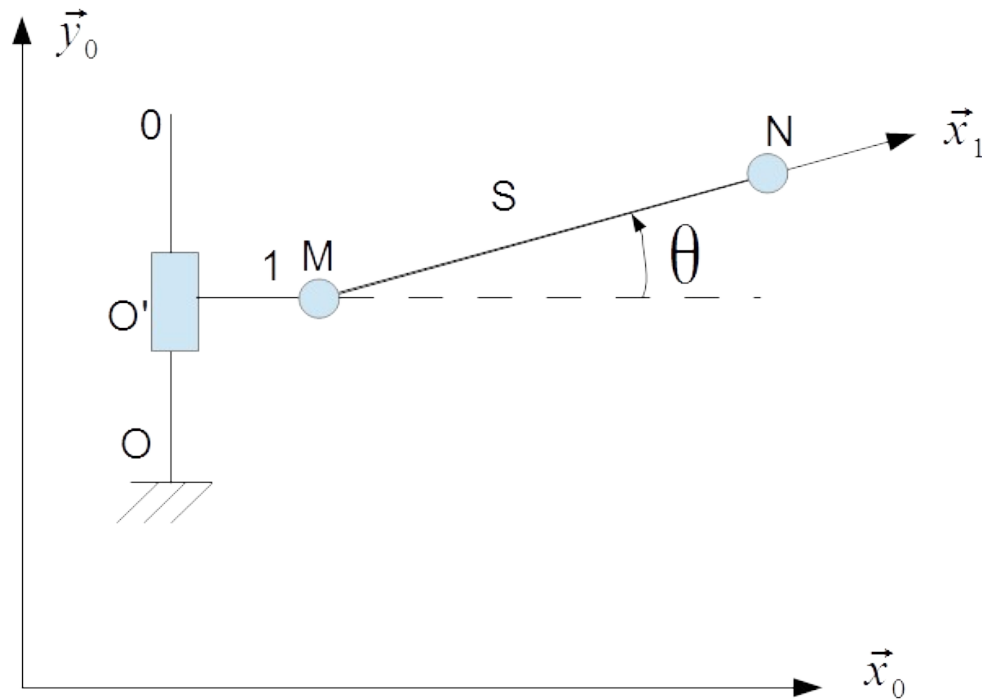


Figure 4: Modélisation du bras simplifié

Dans la suite, on fera l'hypothèse que l'angle  $\theta$  est petit.

1. Déterminer le moment d'inertie de l'ensemble S autour de l'axe  $(M, \vec{z}_0)$  , noté  $I$  .

Le moment d'inertie de la barre autour de  $(M, \vec{z}_0)$  vaut  $\frac{2.m_b.a^2}{3}$  , le moment d'inertie de la masse ponctuelle autour de  $(M, \vec{z}_0)$  vaut  $M.a^2$  . Le moment d'inertie total vaut donc

$$I = \frac{2.m_b.a^2}{3} + M.a^2 .$$

2. Déterminer la hauteur de la camera  $y_c(t)$  en fonction de  $\theta$  et des constantes du problème.  
En considérant l'angle  $\theta$  petit, on obtient  $y_c(t) = y(t) + a.\sin(\theta) = y(t) + a.\theta$  .
3. Déterminer  $V_{S/0}$  le torseur cinématique du solide S dans son mouvement par rapport à 0 en fonction de  $\dot{y}$  , de  $\dot{\theta}$  et des constantes du problème.

$$V_{S/0} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \dot{y} \\ \dot{\theta} & 0 \end{pmatrix}_M$$

4. Déterminer  $C_{S/0}$  le torseur cinétique du solide S dans son mouvement par rapport à 0 en fonction de  $\dot{y}$ , de  $\dot{\theta}$  et des constantes du problème. On pourra poser  $M_2 = M + 2.m_b$ .

$$C_{S/0} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ M_2 \cdot (\dot{y} + \frac{a}{2}) \dot{\theta} & 0 \\ 0 & M_2 \cdot \frac{a}{2} \dot{y} + I \dot{\theta} \end{pmatrix}_M$$

5. Déterminer  $D_{S/0}$  le torseur dynamique du solide S dans son mouvement par rapport à 0 en fonction de  $\ddot{y}$ , de  $\ddot{\theta}$  et des constantes du problème.

$$D_{S/0} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ M_2 \cdot (\ddot{y} + \frac{a}{2}) \ddot{\theta} & 0 \\ 0 & M_2 \cdot \frac{a}{2} \ddot{y} + I \ddot{\theta} \end{pmatrix}_M$$

6. En appliquant le Principe Fondamental de la Dynamique au solide S, déterminer une équation différentielle reliant  $y(t)$  et  $y_c(t)$ .

On isole S. Le Principe Fondamental de la Dynamique appliqué à S en moment autour de l'axe

$(M, \vec{z}_0)$  donne :  $M_2 \cdot \frac{a}{2} \ddot{y} + I \ddot{\theta} = -f \dot{\theta} - k \theta$ . En utilisant  $y_c(t) = y(t) + a \cdot \theta$ , on obtient

$$\frac{I}{a} \ddot{y}_c + \frac{f}{a} \dot{y}_c + \frac{k}{a} \cdot y_c = \left( \frac{I}{a} - M_2 \frac{a}{2} \right) \ddot{y} + \frac{f}{a} \dot{y} + \frac{k}{a} \cdot y$$

### Partie 3 : Vérification des performances dans le cas de la marche et de la course

L'équation précédente peut se mettre sous la forme suivante :

$$M_{eq} \frac{y_c^2}{dt^2} + f_{eq} \frac{dy_c}{dt} + k_{eq} y_c = M_{2eq} \frac{y^2}{dt^2} + f_{eq} \frac{dy}{dt} + k_{eq} y$$

On note  $p$  la variable de Laplace.

1. Transformer l'équation précédente dans le domaine de Laplace.

$$M_{eq} p^2 Y_c(p) + f_{eq} \cdot p \cdot Y_c(p) + k_{eq} \cdot Y_c(p) = M_{2eq} \cdot p^2 \cdot Y(p) + f_{eq \cdot p} \cdot Y(p) + k_{eq} \cdot Y(p)$$

2. Déterminer la fonction de transfert  $H(p) = \frac{Y_c(p)}{Y(p)}$ .

$$H(p) = \frac{Y_c(p)}{Y(p)} = \frac{M_{2eq} \cdot p^2 + f_{eq} \cdot p + k_{eq}}{M_{eq} \cdot p^2 + f_{eq} \cdot p + k_{eq}}$$

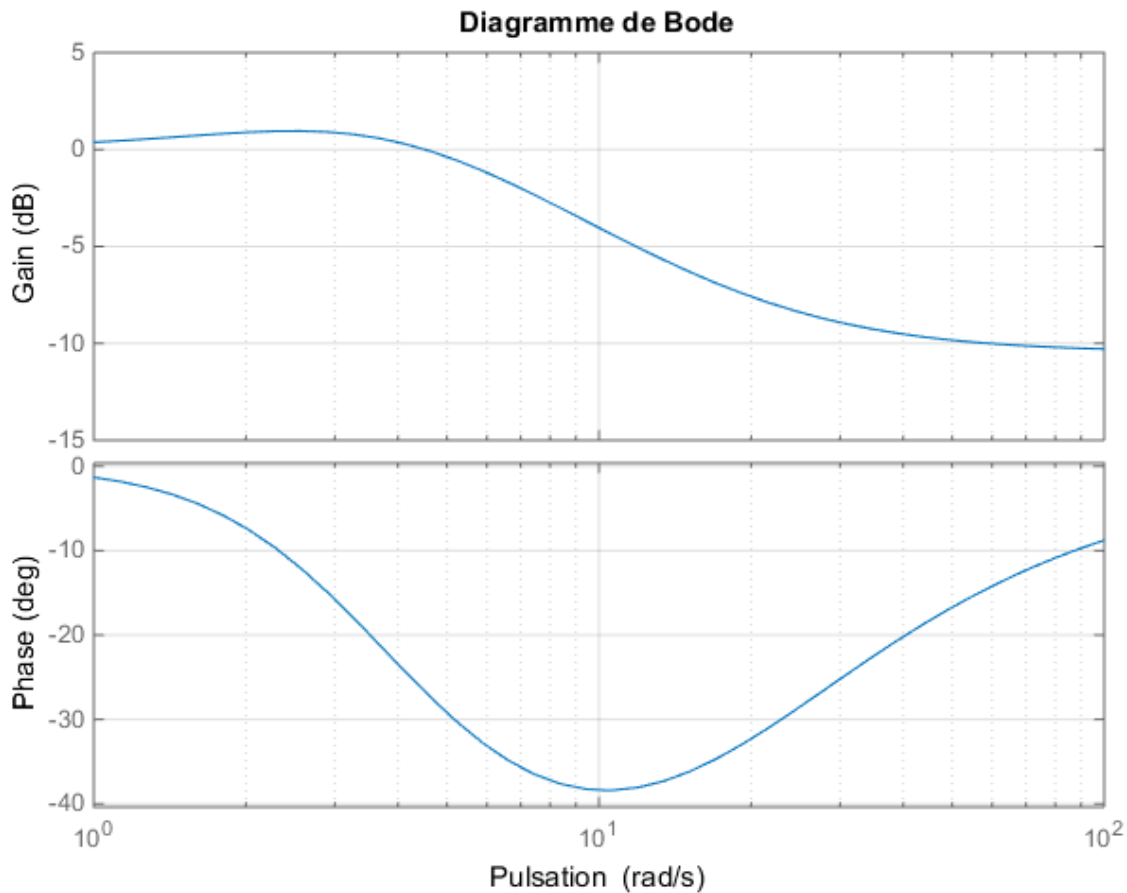
3. Mettre cette fonction de transfert sous forme canonique et déterminer (expression et valeur numérique) les éléments caractéristiques (Gain statique, pulsations propres, coefficients d'amortissement).

$$H(p) = \frac{Y_c(p)}{Y(p)} = \frac{\frac{M_{2eq}}{k_{eq}} \cdot p^2 + \frac{f_{eq}}{k_{eq}} \cdot p + 1}{\frac{M_{eq}}{k_{eq}} p^2 + \frac{f_{eq}}{k_{eq}} p + 1} = \frac{\frac{p^2}{\omega_2^2} + 2\xi_2 \cdot \frac{p}{\omega_2} + 1}{\frac{p^2}{\omega_1^2} + 2\xi_1 \cdot \frac{p}{\omega_1} + 1}$$

Le gain statique vaut 1, les pulsations propres valent  $\omega_1 = \sqrt{\frac{k_{eq}}{M_{eq}}}$ ,  $\omega_2 = \sqrt{\frac{k_{eq}}{M_{2eq}}} = \omega_1 \sqrt{2}$ , les coefficients d'amortissement valent  $\xi_1 = \frac{f_{eq}}{2\sqrt{k_{eq} \cdot M_{eq}}}$  et  $\xi_2 = \frac{f_{eq}}{2\sqrt{k_{eq} \cdot M_{eq}}}$

4. Tracer sur votre copie le diagramme de Bode asymptotique ainsi que l'allure du diagramme réel de la fonction de transfert  $H(p) = \frac{Y_c(p)}{Y(p)}$  en justifiant les tracés asymptotiques sur feuille de copie .

Le diagramme réel est donné figure suivante :



On cherche à vérifier le cahier des charges. On souhaite une amplitude des oscillations de la camera inférieure à 1 cm. On considère deux cas extrêmes de sollicitations suivantes :

- Marche du cameraman : fréquence des pas 1 Hz, amplitude 10 cm ;
- Course du cameraman : fréquence des pas 3 Hz, amplitude 25 cm.

5. Le cahier des charges est-il respecté ?

Le gain de la fonction de transfert  $H(p)$  est de -1 dB pour une pulsation de 6,3 rad/s, ce qui donne une amplitude pour  $y_c$  de  $1.10^{(-1/20)}=9\text{cm}$

Le gain de la fonction de transfert  $H(p)$  est de -7 dB pour une pulsation de 18,8 rad/s, ce qui donne une amplitude pour  $y_c$  de  $25.10^{(-7/20)}=11\text{cm}$

Le cahier des charges n'est pas vérifié.

On ajoute un deuxième bras isoélastique en série du premier comme sur la figure suivante :

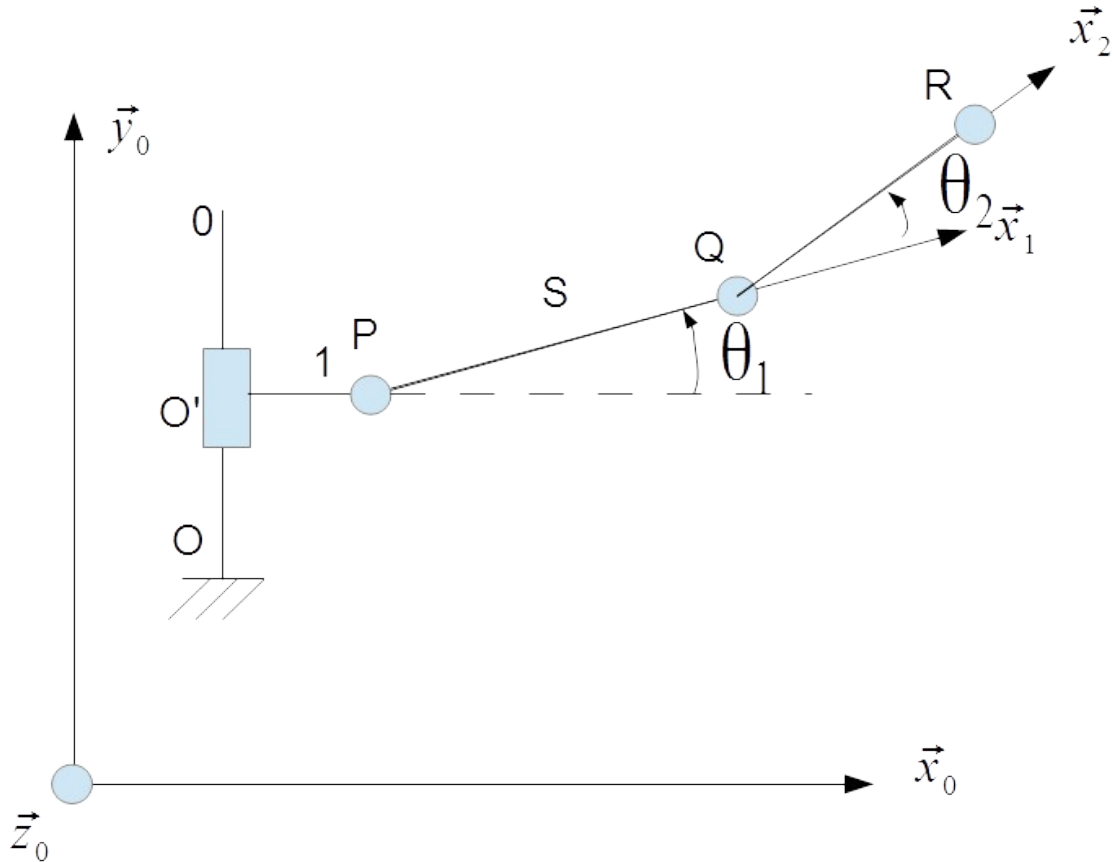
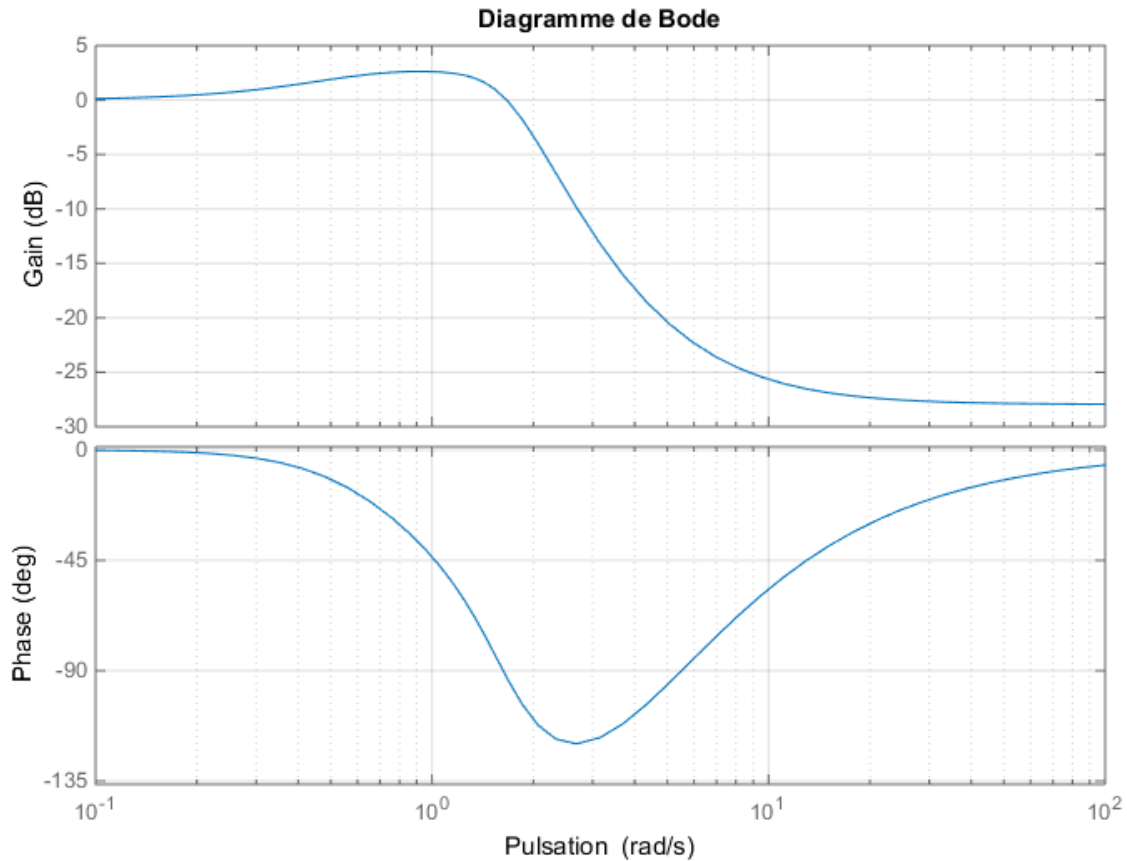


Figure 5: Bras isoélastique constitué de deux sous ensembles

On donne figure suivante le diagramme de Bode de la fonction de transfert du nouveau système.



1. Le cahier des charges est-il respecté ?

Le gain de la fonction de transfert  $H(p)$  est de -22 dB pour une pulsation de 6,3 rad/s, ce qui donne une amplitude pour  $y_c$  de  $1 \cdot 10^{(-22/20)} = 0,79 \text{ cm} < 1 \text{ cm}$

Le gain de la fonction de transfert  $H(p)$  est de -28 dB pour une pulsation de 18,8 rad/s, ce qui donne une amplitude pour  $y_c$  de  $25 \cdot 10^{(-28/20)} = 11 \text{ cm}$

Le cahier des charges est vérifié.

2. Pourquoi utilise-t-on deux bras isoélastiques court plutôt qu'utiliser un bras isoélastique long ?

Le critère d'encombrement impose un bras court. La solution utilisée est deux bras courts articulés pour que la camera soit suffisamment proche du cameraman.

**Fin de l'épreuve**