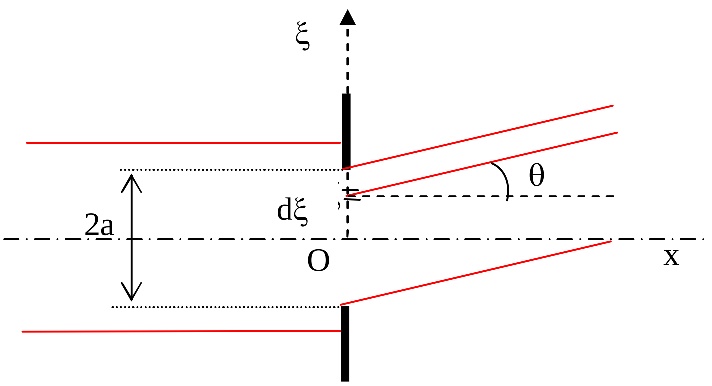
Le but du problème est d'aborder un aspect simplifié de la lecture de musique sur un disque laser: on étudiera dans une première partie la lecture optique de bits sur un disque. Dans une seconde partie, complètement indépendante, on abordera le problème de la numérisation du signal analogique.

Première partie: diffraction

Un laser émet une onde électromagnétique dont l'amplitude complexe peut s'écrire:

$s = s_0 \cdot e^{j\omega t}$



Cette onde forme un faisceau rigoureusement parallèle de longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = 780$ nm

On place, dans la direction perpendiculaire à la direction Ox de propagation, une fente de largeur 2a, entre les ordonnées $-a$ et a, et dont la longueur, perpendiculaire au plan de figure, peut être considérée comme quasi infinie.

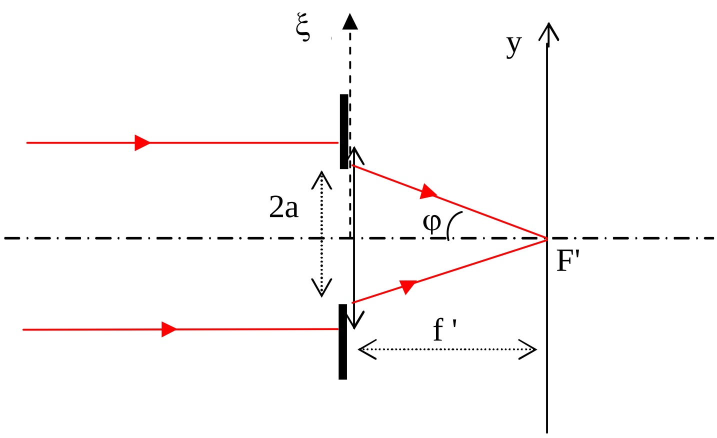
1)- Appliquer le théorème de Huyghens-Fresnel pour écrire l'expression de l'onde envoyée dans la direction faisant l'angle θ avec Ox par un élément $d\xi$ de largeur de la fente, placée à l'abscisse ξ : On mettra l'amplitude complexe de cette onde sous la forme:

$$ds = \frac{s_0}{2a} d\xi \cdot e^{j\alpha}$$

et on exprimera α en fonction de λ_0, ξ et $\sin\theta$

2)- En déduire l'expression de l'amplitude, puis de l'intensité diffractée par la fente dans la direction θ.

3)- On place en arrière de la fente une lentille convergente de distance focale f ', et on observe



la figure de diffraction dans le plan focal image de cette lentille. Exprimer l'intensité I de la lumière reçue en un point M du plan repéré par son abscisse y, sous la forme:

$$I(y) = I_0 \cdot f(y)$$

L'angle θ reste assez petit pour qu'on puisse développer les sinus et tangente à l'ordre 1.

4)- Donner l'allure de la courbe représentant $\frac{I(y)}{I_0} = f(y)$; préciser les abscisses $y_{01}, y_{02}, \ldots\ldots y_{0n}$ des points où $f(y)$ s'annule. n>0 représentera le n^{ieme} points sur y>0, et n<0, le n^{ieme} sur y<0.

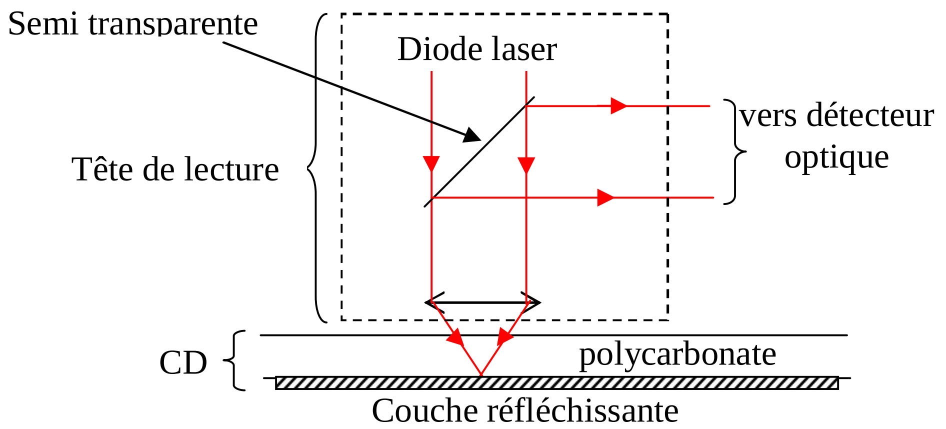
On admettra que le maximum n de la courbe se situe à l'abscisse:

$$y_n = \frac{y_{0n} + y_{0(n+1)}}{2}$$

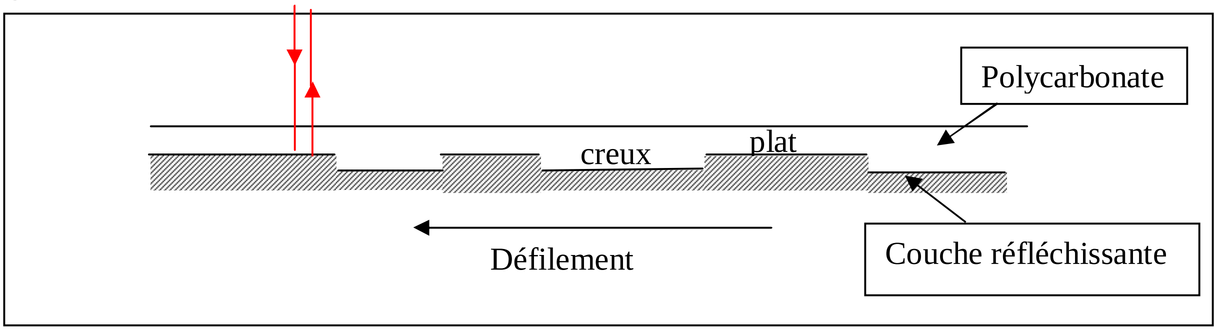
Déterminer la valeur numérique de $f(y_1)$; justifiez le fait que par la suite, on ne tiendra compte que de la tache centrale, appelée tache d'Airy.
On donne l'angle d'ouverture $\varphi = 32°$. Donner l'expression de la largeur totale $2y_{01}$ de cette tache (distance entre $y_{0(-1)}$ et y_{01}) ainsi que sa valeur numérique.
5)- En fait, le diaphragme placé devant la lentille est une pupille circulaire de rayon a. Dans ce cas, la tache d'Airy est circulaire, et son diamètre $d_0 = 1,22 \cdot y_{01}$. Calculer numériquement le diamètre de la tache obtenue.

Deuxième partie: principe de la lecture:

Un disque laser (CD audio) est constitué par une galette de polycarbonate de 1,2 mm d'épaisseur dont la face postérieure est recouverte d'une couche métallique parfaitement réfléchissante. Ce disque est éclairé par le dispositif précédent, complété par une lame semi transparente et un capteur optique, détecteur sensible à l'intensité de la lumière.



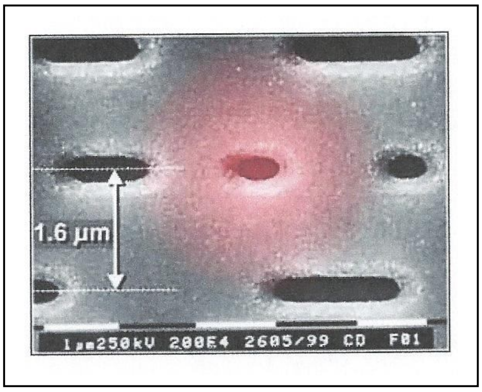
La couche réfléchissante n'est pas entièrement plane:
Elle est formée de plats et de creux, eux même plans. La profondeur des creux est constante et égale à e. La lumière est focalisée sur la surface réfléchissante, e étant assez faible pour qu'on



puisse le négliger sur le plan géométrique.Cette face défile devant la tête de lecture, et on envisage le cas où la moitié de la tache d'Airy se réfléchit sur un plat et l'autre moitié sur un creux.
6)- Déterminer la différence de marche entre un rayon réfléchi sur un plat et un rayon réfléchi sur un creux. En déduire le déphasage entre ces deux rayons.

7)- Le polycarbonate a un indice de réfraction $n = 1{,}59$. Déterminer la longueur d'onde de la lumière dans ce matériau. En déduire la plus petite valeur à donner à e pour que le détecteur optique détecte une intensité nulle.

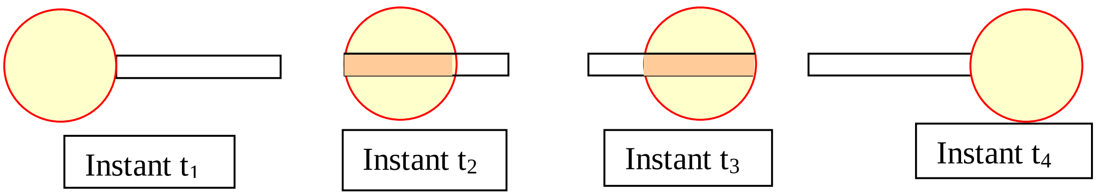
8)- Les plats et les creux du disque se succèdent sur une piste en spirale sur le disque. Le pas de la spirale est de $1{,}6\mu m$. Justifier le choix de cet ordre de grandeur en vous appuyant sur les résultats de la première partie.



Pour avoir une idée du signal délivré par le capteur optique lors du passage d'un creux, on fait la modélisation simple suivante:

- La tache d'Airy a une intensité constante: dans ces conditions, chaque élément de surface réfléchissante renvoie une amplitude proportionnelle à sa surface.
- La largeur d'un creux l est suffisamment petite par rapport au diamètre d_0 de la tache d'Airy pour qu'on puisse considérer que la partie réfléchie par le creux est une bande rectangulaire de largeur l

Au temps $t_1 = 0$, le bord de la tache d'Airy arrive au bord d'un plat. La piste défile avec la vitesse constante $V = 1{,}22$ m.s^{-1}. La longueur du creux est $L = 3\mu m$.



9)- Donner les expressions et les valeurs numériques des instants t_2, t_3 et t_4. Pour l'application numérique, on prendra $d_0 = 1{,}6\mu m$

10)- Donner en fonction de l, t et V l'aire des surfaces $\Sigma(t)$ et $\sigma(t)$réfléchies respectivement par le plat et le creux.on donne $l = 0{,}6\mu m$

En déduire l'amplitude s(t)réfléchie , puis l'intensité I(t). On notera I_0 l'intensité réfléchie par un plat.

11)- Donner l'allure de la courbe I(t).

Les bits 1 sont associés aux transitions plat-creux ou creux- plat; entre, ce sont les bits 0.On remet le signal en forme grâce à des détecteurs de fronts montants et descendants.

Troisième partie: filtrage analogique:

Pour numériser des données (par exemple, courbe représentant un signal sonore), on doit l'échantillonner, c'est-à-dire noter périodiquement la valeur numérique du signal.Pour qu'il n'y ait pas de perte de données, le théorème de Shannon précise que la fréquence d'échantillonnage doit être le double de la plus grande fréquence du spectre enregistré.

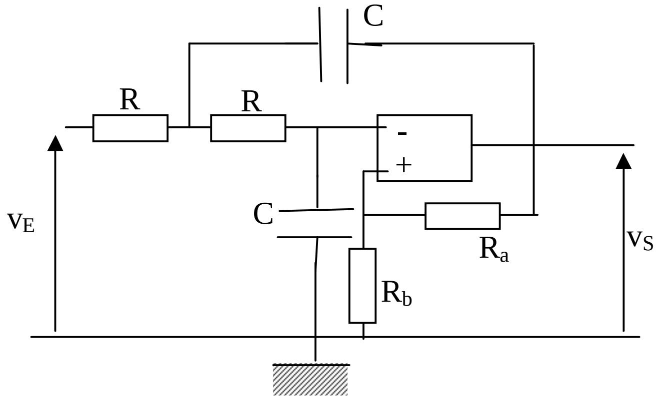
Pour un CD audio, on échantillonne à 42 kHz: il faut alors couper les spectres audio à 21 kHz par un filtrage passe bas.

Pour faire ce filtrage, on utilise un filtre du second ordre, dont la fonction de transfert est de la forme:

$$H(j\omega) = K\frac{1}{1 + 2jm\dfrac{\omega}{\omega_0} - \left(\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

K est un coefficient positif sans dimension, m est un réel quelconque, et ω_0, une pulsation caractéristique du filtre.

12)- A partir de cette fonction de transfert, établir l'équation différentielle donnant la tension de sortie v_s en fonction de la tension d'entrée v_E.
13)- Le circuit sera stable si, pour $v_E=0$, le régime transitoire tend vers 0. Quelle condition doit remplir m pour que cette condition soit réalisée?
Le filtrage se fait à l'aide du circuit suivant, dans lequel les AOP sont parfaits:



14)- Etablir l'expression de la fonction de transfert de ce circuit. On posera:

$$\alpha = \frac{R_b}{R_a + R_b}$$

15)-En déduire les expressions de K, m et ω_0 en fonction de R, C et α.Quelle condition doit remplir α pour que le circuit soit stable ?

16)- On donne $\alpha = \frac{1}{2}$ et $C = 470\,pF$ .Déterminer la valeur à donner à R pour que la fréquence de coupure à -3 dB soit de 18 kHz.
Pourquoi fixe-t-on une fréquence de coupure inférieure aux 21 kHz fixés par la limite de Shannon ?